Sa 206. K

n.v.

II

34

Mathematische Geographie.

Ein Leitfaden

beim Unterrichte dieser Wissenschaft in höheren Lehranstalten.

von

Dr. H. A. Brettner

Königlichem Professor, Oberlehrer der Mathematik und Physik am Matthias-Gymnasium zu Breslau, wirklichem Mitgliede der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Kultur.

KÖNIGL. STUDIEN-BIBLIOTHEK PASSAU

Zweite verbesserte und vermehrte Auflage.

Breslau,
im Verlage bei Josef Max und Komp.

1840.

Gedruckt bei Leopold Freund in Breslau.

Vorwort
zur ersten Auflage.

Dieses als Programm-Abhandlung des hiesigen Gymnasiums erscheinende Schriftchen enthält nichts Neues, da meine Absicht nur dahin ging, die Hauptlehren aus dem reichen Gebiete der mathematischen Geographie für die Schüler der obersten Gymnasialklassen zweckmäßig zusammenzustellen, und die Darstellung derselben ihrem Erkenntnißvermögen überhaupt, so wie insbesondere ihren mathematischen und physikalischen Kenntnissen anzupassen. Daß diese unter mancherlei Lebensbedrängnissen und bei oftmaligen unabweisbaren Unterbrechungen ausgeführte Arbeit der Nachsicht sehr bedarf, fühle ich so sehr, daß ich sie jetzt noch gern dem Drucke vorenthalten hätte, wenn ich nicht nöthigenden Umständen hätte nachgeben müssen. Diese Bemerkung zu machen, halte ich für nothwendig als Grund zu der aufrichtigen Ver-

sicherung, daß ich von Schulmännern, denen dieser Unterrichtszweig auch am Herzen liegt, eben so bestimmte Belehrungen erwarte, als ich sie dankbar annehmen werde.

Gleiwitz, im August 1835.

H. A. Brettner.

Vorwort

zur zweiten Auflage.

Die zweite Auflage dieses Werkchens unterscheidet sich von dessen ersten nicht nur, wie ich glaube, durch zweckmäßige Verbesserungen und Erweiterungen, sondern auch dadurch, daß darin auf den Rath eines geehrten Rezensenten der ersten Auflage im Junihefte der Schlesischen Provinzialblätter von 1836, Vieles mit kleineren Lettern gedruckt vorkommt — nämlich Beweise und genauere theoretische Begründungen, welche von in der Mathematik weniger Eingeweiheten, die sich etwa dieses Büchleins zu ihrer Belehrung bedienen wollten, übergangen werden können.

Die Angabe der Parapraphe in den Klammern hat auf die von mir bei Josef Max und Komp. herausgegebenen Schulbücher Bezug, nämlich auf das Lehrbuch der Geometrie für Gymnasien, Realschulen und höhere Bürgerschulen. 2. Aufl. 1838 und auf

den Leitfaden für den Unterricht in der Physik. 7. Aufl. 1840; jenes wird durch (G. §.), dieses durch (Ph. §.) angeführt; die übrigen ohne voranstehendes G. oder Ph. angegebenen Parapraphe beziehen sich auf dieses Schriftchen selbst.

Breslau, im August 1840.

H. A. Brettner.

Einleitung.

§ 1. Die Geographie oder Erdbeschreibung lehrt die Erde kennen. Sie wird eingetheilt in die mathematische, physische und politische, weil die Erde selbst aus einem dreifachen Gesichtspunkte betrachtet werden kann. Die mathematische Geographie belehrt uns über die Gestalt, Größe, Bewegung und die Lage der Erde im Weltraume, und über alle daraus folgenden Erscheinungen; die physische über die natürliche Beschaffenheit der Erde und alle Erscheinungen, die auf ihren Ländern, Meeren nnd in der Atmosphäre statt finden; die politische endlich handelt von der Eintheilung der Erdoberfläche in Staaten, deren Verfassungen und Einrichtungen, Erzeugnissen u. s. w. Hier sind nur die Hauptlehren der mathematischen Geographie zu finden.

§ 2. Die mathematische Geographie ist ein Theil der Astronomie, d. i. derjenigen Wissenschaft, welche von den Weltkörpern überhaupt handelt; denn die Erde, der Gegenstand ihrer Betrachtung und Untersuchung, gehört zu der Klasse der Weltkörper, welche Planeten heißen. Wir machen uns hier zuerst mit einigen leicht anzustellenden Beobachtungen am Himmel bekannt, und mit der daraus folgenden Eintheilung der Himmelskörper, wenn auch die Gründe von Manchem erst später folgen können.

1) Die Sonne kommt täglich des Morgens in der Ostgegend des Himmels über der als Ebene sich darstellenden Erde zum Vorschein und der Tag beginnt; sie erhebt sich über den Horizont, jenen Kreis, welcher die Erde vom Himmel zu trennen scheint, erreicht ihre größte Höhe in Süden, und es ist Mittag; hierauf senkt sie sich auf der anderen Seite wieder zum Horizonte, verschwindet da in der Westgegend, und es ist Abend, oder die Nacht beginnt.

Am darauffolgenden Morgen erscheint sie wieder in Osten; es ist also, als wenn die Sonne sich am Tage über, in der Nacht unter der Erde bewegte, in vierundzwanzig Stunden aber immer einen ganzen Umlauf am Himmel von Osten nach Westen machte.

2) Genau eine solche Bewegung von Osten über Süden nach Westen bemerken wir am Abende und in der Nacht am Monde, wenn er uns in Osten aufgeht; oft bekommen wir ihn zwar, wenn es Abend wird, zwischen Osten und Süden, oder in Süden, oder zwischen Süden und Westen zu sehen, aber er rückt doch immer nach Westen hin, wo er untergeht.

3) Beobachten wir die Sterne an einem schönen Abende einige Stunden hintereinander, so finden wir leicht, daß sie zwar ihre Stellungen zu einander unverändert behalten, in der Art, daß wenn z. B. drei Sterne in einem rechtwinkligen Dreiecke stehen, sie immer dieses Dreieck bilden, daß sie aber doch gemeinschaftlich auf dem Himmelsgewölbe in der Richtung von Osten nach Westen fortrücken, und zwar in konzentrischen Kreislinien, deren ruhender gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Nordpol ist, ein Punkt des Himmelsgewölbes, welcher sich sehr nahe am Polarsterne befindet, welcher helle Stern mittelst des unter dem Namen des großen Bären oder des großen Wagens allgemein bekannten Sternbildes leicht aufgefunden werden kann. Steht dieses Sternbild so, daß seine drei die Deichsel des Wagens bildenden Sterne horizontal zur Linken vom Viereck liegen, und denkt man sich die zwei äußersten Sterne des letzteren durch eine gerade Linie verbunden, und diese etwa fünf Male heraufwärts verlängert, so trifft man auf den Polarstern, der von lauter schwach leuchtenden Sternen umgeben ist. Da der Polarstern nur eine sehr kleine Kreislinie um den von ihm etwa 1½ Grade entfernten Nordpol beschreibt, so ist seine Bewegung fast unmerklich, und man betrachtet ihn daher bei nur oberflächlichen Betrachtungen häufig für den Nordpol selbst. Sehen wir den großen Wagen z. B. senkrecht unter dem Polarstern stehen, indem seine Deichsel nach Westen hin horizontal gerichtet ist, so steht er nach sechs Stunden östlich vom Polarsterne in gleicher Höhe mit senkrecht herabwärts gerichteter Deichsel, nach zwölf Stunden senkrecht über demselben mit nach Osten horizontal liegender Deichsel, nach achtzehn Stunden westlich von demselben in gleicher Höhe mit senkrecht heraufwärts gehender Deichsel und nach vierundzwanzig Stunden endlich

wieder in der ursprünglichen Lage unter dem Polarstern. Es ist, als wären die Gestirne an der Himmelskugel angeheftet, und diese drehe sich gleichförmig täglich einmal um die den Nordpol (πολεῖν drehen) mit dem diametral entgegengesetzten Punkte der Himmelskugel, dem Südpole, verbindende gerade Linie, welche wir die Weltaxe nennen.

4) Außer der allen Gestirnen ohne Ausnahme gemeinschaftlichen Bewegung von Osten nach Westen um die Weltaxe in vierundzwanzig Stunden, entdeckt man bei etwas mehr Aufmerksamkeit bei der Sonne, dem Monde und einigen anderen Sternen noch eine zweite Bewegung in entgegengesetzter Richtung von Westen nach Osten. Beim Monde ist sie am größten, und wir bemerken sie leicht, wenn wir den Stand des Mondes bei seinem Untergange in Bezug auf die benachbarten Sterne einige Tage hinter einander beobachten; wir sehen dann, daß täglich andere Sterne mit ihm zugleich untergehen, und zwar solche, die Tages vorher etwa sechsundzwanzig Vollmondsbreiten von ihm nach Osten standen, so daß er etwa erst nach 27 Tagen wieder mit denselben Sternen untergeht; er scheint also in dieser Zeit einen Umlauf am Himmel von Westen nach Osten zu machen. Die Sonne bewegt sich am Himmel täglich ein weit kleineres Stück in dieser Richtung, etwa zwei Sonnen- oder Vollmondsbreiten, so daß sie zu einem Umlaufe ein ganzes Jahr braucht. Ihr tägliches Fortrücken nach östlichen Himmelspunkten erkennen wir daran, daß Sterne, welche heute bei ihrem Untergange in Süden stehen, an den folgenden Tagen immer früher nach ihr, und nach einem Vierteljahre mit ihr gleichzeitig untergehen, dagegen diejenigen, welche heute in Osten stehen, nach dieser Zeit in Süden zu finden sind, und erst nach einem halben Jahre mit ihr untergehen u. s. w.; während so in Westen nach Sonnenuntergang bekannte Sterne immer mehr verschwinden, kommen in Osten neue Sterne zum Vorschein, so daß nach etwa 182 Tagen, von der ersten Beobachtung an gerechnet, der gestirnte Himmel ganz verändert erscheint, und erst nach Verlauf von 365 Tagen, oder eines ganzen Jahres, der Stand der Gestirne gegen die untergehende Sonne genau derselbe ist. Diese Bewegung von Westen nach Osten heißt direkte oder rechtläufige, die entgegengesetzte aber von Osten nach Westen retrograde oder rückläufige Bewegung.

5) Außer der Sonne und dem Monde verändern ihren Ort am Himmel noch mehre andere Sterne, und zwar auf

eine scheinbar regellose Weise, weshalb sie die Alten, die das Gesetzmäßige in diesen Bewegungen nicht erkannten, Irrsterne oder Planeten (πλανάομαι herumirren, πλανήτης ἀστὴρ) nannten, und zu ihnen auch Sonne und Mond zählten; während die unzählig vielen Sterne, welche ihre gegenseitige Stellung nie ändern, also am Himmelsgewölbe gleichsam fest sind, den Namen Fixsterne (stellae fixae) erhielten. Wir aber verstehen unter Planeten (auch Hauptplaneten) dunkle Himmelskörper, welche sich in Ellipsen um die Sonne, die ihnen Licht und Wärme spendet, bewegen, so wie unter Nebenplaneten oder Monden dunkle Himmelskörper, welche sich um die Planeten ebenfalls in Ellipsen bewegen, und diese zugleich bei ihrer Bewegung um die Sonne begleiten. Außer Fixsternen und Planeten giebt es noch Kometen oder Haarsterne, (κόμη das Haar, κομήτης ἀστὴρ stella caudata, cometa) die zwar wie die Planeten sich um die Sonne bewegen, sich aber von ihnen schon äußerlich unterscheiden, theils durch das Aussehen, da sie gewöhnlich mit einem glänzenden Schweife auf der von der Sonne abgewendeten Seite versehen sind, theis durch die Form und die Lage ihrer Bahnen, da sie sich in sehr lang gestreckten Ellipsen und dabei nach allen Richtungen auf dem Himmelsgewölbe bewegen.

6) Aeußere Hauptunterschiede der Planeten und Fixsterne sind: die Fixsterne haben ein lebhaftes, unruhiges, die Planeten aber ein mattes, ruhiges Licht; das Licht der Fixsterne ist sonnenartig, das der Planeten mondenartig; durch das Fernrohr betrachtet erscheinen die Fixsterne unvergrößert, die Planeten aber vergrößert als Scheibchen; auch findet man jene über den ganzen Himmel ausgesäet, diese aber bewegen sich innerhalb einer bestimmten Himmelszone, welche sich von Osten über Süden nach Westen erstreckt, so daß sie also nie in der Nordgegend stehen können.

7) Die Sonne gehört unter die Fixsterne, die Erde unter die Planeten, unser Mond unter die Nebenplaneten. Man kennt jetzt eilf Planeten und achtzehn Monde, nämlich: Merkur, Venus, Erde mit einem Monde, Mars, Ceres, Pallas, Juno, Vesta, Jupiter mit vier, Saturn mit sieben und Uranus mit sechs Monden. Ueber die Planeten, Monde und Kometen herrscht als Zentralkörper die Sonne, und bildet mit ihnen unser Sonnensystem. Die Fixsterne, die man nach ihrer scheinbaren Größe in Fixsterne erster, zweiter bis sechster Größe eintheilt, sind in unzähliger Menge am Himmelsgewölbe vor-

handen; mit bloßen Augen, d. i. ohne Hilfe eines Fernrohres, kann man deren wohl an sechstausend sehen. Jeder Fixstern ist eine Sonne, und kann seine Planeten, Monde und Kometen haben, und so mit ihnen ein eigenes Sonnensystem ausmachen. — Der Inbegriff dieser zahllosen Sonnensysteme wäre dann das Weltensystem.

I. Von der Gestalt der Erde.

§ 3. Die Erde ist keine Ebene, wenn sie uns auch als solche erscheint, sondern sie hat im Allgemeinen eine Kugelgestalt. Die nun folgenden Beweise für diese Behauptung gründen sich auf Beobachtungen einiger Erscheinungen theils auf der Erde selbst, theils am Himmel, und wir zählen die vier ersten zu jener, und die sechs letzten zu dieser Gattung.

1) Beweis aus der Art, wie uns entfernte Gegenstände auf dem festen Lande sowohl, als auch auf dem Meere, bei stattfindender Annäherung und Entfernung erscheinen. Von einem entfernten hohen Gegenstande in einer bedeutend großen Ebene, z. B. einem Thurme auf dem Lande, oder einem Schiffe auf dem Meere, sehen wir nur den oberen Theil, der nach der Entfernung größer oder kleiner sein kann — nähern wir uns ihm, so erweitert sich der sichtbare Theil nach unten; entfernen wir uns, so verkleinert er sich, indem die Abnahme unten statt findet — bei fortgesetzter Annäherung erhalten wir von dem Gegenstande auf diese Weise immer mehr, bei fortgesetzter Entfernung aber immer weniger zu Gesichte; dort übersehen wir ihn endlich in seinem ganzen Umfange, hier verschwindet er endlich völlig. Dieses Zunehmen des sichtbaren Theiles des Gegenstandes nach unten in dem einen Falle, und dieses Abnehmen desselben von unten im entgegengesetzten Falle, kann nur die Folge der gekrümmten Erdoberfläche sein, welche uns nach der Größe ihres zwischen uns und dem beobachteten Gegenstande liegenden Stückes, diesen bald ganz, bald nur einen größeren, bald einen kleineren Theil desselben, bald endlich gar nicht bedeckt. Da diese Erscheinung nach allen Richtungen statt findet, so muß die Erde auch nach allen Richtungen gekrümmt sein. Wäre die Erdoberfläche eine Ebene, so müßten wir einen solchen Gegenstand, sobald ihn nur die Sehkraft des Auges erreichte und die Trübe der Atmosphäre nicht verhüllte, immer ganz

übersehen, wenn er uns auch wegen des Gesichtswinkels in größerer Entfernung kleiner, in kleinerer größer erscheinen würde.

2) Beweis aus der Kreisform des Horizontes und seiner stets kreisförmigen Erweiterung bei Zunahme der Höhe unseres Standpunktes. Der Horizont ist zugleich die Grenze des sichtbaren und des unsichtbaren Theiles der Erde, und da man immer und überall die Kreisform hat, so ist die Erde eine Kugel, da nur bei diesem Körper alle Schnitte Kreise sind. (G. § 355.) Was wir also von der Erde übersehen, ist immer ein Kugelabschnitt; von einem höheren Standpunkte, z. B. von einem Berge, einem Thurme, übersehen wir einen größeren Theil der Erde, d. i. einen größeren Kugelabschnitt, daher ist der Horizont auch ein größerer Kreis.

Wie viel wir von der Erde aus gegebener Höhe höchstens übersehen können, ist leicht zu finden. Heißt der Erdradius r, die Höhe eines Berges h, so ist die Linie vom Mittelpunkte der Erde nach dem Gipfel des Berges $= r + h$, zugleich die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreieckes, dessen eine Kathete eine vom Gipfel des Berges an die Erdkugel gezogene Tangente ist, deren Berührungspunkt den entferntesten sichtbaren Erdpunkt angiebt, und dessen andere Kathete der nach diesem Berührungspunkte gezogene Erdradius ist; heißt nun der Zentriwinkel w, so ist in Fig. 1 $\cos w = \frac{r}{r + h}$

Der hiernach berechnete Zentriwinkel w giebt nun auch die Größe des ihn messenden Erdbogens zwischen dem Fuße des Berges und dem entferntesten sichtbaren Erdpunkte, welcher Bogen rektifizirt als Radius des Kreises genommen werden kann, bis zu dessen Peripherie man ringsherum sehen kann, z. B. für einen Berg von 5000 Fuß Höhe steht, wenn der Erdradius = 859,5 Meilen = 19631114 Pariser Fuß, also 1 Meile = 22841,8 Fuß, gesetzt wird, welche Zahlen sich später als richtig ergeben werden, $\cos w = \frac{19631114}{19636114}$, also log cos $w = 9{,}9998894$, mithin $w = 1^{0}\ 17'\ 35''$, mithin beträgt, wenn $1^{0} = 15$ Meilen, also $1' = \frac{1}{4}$ Meile und $1'' = \frac{1}{240}$ Meilen gesetzt wird, die gesuchte Weite etwas mehr als $19\frac{3}{8}$ Meilen.

3) Beweis aus dem früheren Verschwinden entfernter hoher Gegenstände, als es auf einer Ebene geschehen könnte. — In der Physik wird als Grenze der Wahrnehmbarkeit eines weissen Gegenstandes auf schwarzem Grunde der Sehwinkel von 40 Sekunden angenommen; nimmt man nun bei einem Berge, da hier wegen der Farben die optischen Umstände weniger günstig sind, auch einen drei Mal größeren Sehwinkel an, also volle 2 Minuten, so müßte z. B. ein 5000′ hoher Berg nach allen Seiten hin fast 377 Meilen weit gesehen werden können; so weit kann aber

nach unseren Erfahrungen ein 5000′ hoher Berg auf der Erde nicht gesehen werden, offenbar nur deshalb nicht, weil er uns durch den gekrümmten Erdkörper selbst schon früher verdeckt wird.

Ist h die Höhe des Berges, e die größte Entfernung in welcher man ihn auf einer Ebene sehen kann, w der Gesichtswinkel, so ist $\frac{h}{e} = \text{tg. } w$, also wenn $w = 2'$ und $h = 5000'$

$$\frac{5000}{e} = \text{tg. } 2', \text{ mithin } e = \frac{5000}{\text{tg. } e}$$

$$\log e = 6{,}9342138$$

$$e = 8594364' = \text{fast } 377 \text{ M.}$$

4) Beweis aus den Umschiffungen der Erde. Es ist eine Thatsache, daß man nach dem Orte, aus welchem man ausschiffte, wieder kam, indem man unverändert nach derselben Richtung (von Osten nach Westen) fortfuhr. Ein solches Wiedererreichen des Ortes, welchen man verließ, ist auf einer Ebene nur möglich, wenn man entweder in einer geraden Linie fortgehend plötzlich umkehrt und die völlig entgegengesetzte Richtung annimmt, oder wenn man einer gebrochenen oder krummen Linie folgend die Richtung der Bewegung oft ändert. Ferdinand Magellan umschiffte zuerst die Erde 1519 — 1522.

5) Beweis aus dem früheren Auf- und Untergange eines und desselben Gestirnes an einem von uns östlich, und dem späteren Auf- und Untergange desselben Gestirnes an einem von uns westlich gelegenen Orte. Wäre die Erde eine Ebene, so müßte an allen Orte dasselbe Gestirn in genau denselben Augenblicken auf- und untergehen, mithin müßten, weil das auch von der Sonne gelten würde, überall Tag und Nacht gleichzeitig beginnen und schließen. Dem widerspricht aber die Erfahrung, welche lehrt, daß an von uns östlich liegenden Orten Tag und Nacht früher, und an westlich gelegenen später beginnen und enden, als bei uns. Diese Erscheinung kann nur durch die Krümmung der Erde in der Richtung von Osten nach Westen erklärt werden. Je weiter wir nämlich nach Westen von der in Osten sich bewegenden Sonne sind, desto größer ist der Theil der gekrümmten Erdoberfläche, welcher uns ihren Anblick entzieht, und desto länger muß sie sich bewegen, ehe sie unseren Horizont erreicht, d. h. ehe sie für uns aufgeht und der Tag beginnt; im umgekehrten Falle muß es sich auch umgekehrt verhalten.

Hieraus ergeben sich leicht folgende zwei Folgerungen. a) Eine bei uns richtig gestellte Uhr geht nach einem von

uns westlich liegenden Orte gebracht zu früh, so wie nach einem östlich liegenden versetzt, zu spät, und zwar geben 15 Meilen einen Zeitunterschied von 4 Minuten, wovon später der Grund folgt. b) Einem vom Anfange an bis zum Untergange der Sonne immer von Osten nach Westen Reisenden wird der Tag länger, im entgegengesetzten Falle aber kürzer, dort lebt er gewissermaßen noch in demselben Tage, während die Bewohner des Ortes seiner Abreise schon im nächsten leben, hier aber umgekehrt; daher sind bei einer Erdumsegelung in der Richtung von Osten nach Westen die Reisenden bei ihrer Zurückkunft von Osten im Tagdatum um einen Tag zurück, so wie bei einer Erdumsegelung von Westen nach Osten bei ihrer Zurückkunft von Westen um Einen Tag weiter, als man am Orte ihrer Abreise schreibt.

6) Beweis aus dem veränderten Stande der Gestirne über dem Horizonte an nördlich und südlich von uns liegenden Orten der Erde. Der Polarstern steht in unseren Gegenden so, daß er dem senkrecht über uns liegenden Himmelspunkte etwas näher als dem Horizonte ist, weshalb die um ihn bei der täglichen Bewegung der ganzen Himmelskugel kreisenden Sterne ihre Bahnen in gegen den Horizont geneigten Ebenen beschreiben, wobei die zunächst um den Polarstern bis auf eine bestimmte Entfernung stehenden ihre ganzen Bahnen, die nächsten den größeren, so wie die entferntesten nur den kleineren Theil derselben über dem Horizonte haben. An einem nördlich von uns liegenden Orte, d. h. an einem Orte, nach welchem wir gelangen, wenn wir auf der Erde gleichsam nach dem Polarsterne zu gehen, steht aber dieser Stern höher, so wie bei einem südlich liegenden niedriger über dem Horizonte; die Bahnen der Gestirne sind dort unter einem kleineren, hier unter einem größeren Winkel gegen denselben geneigt; dort ist die Zahl der ihre ganzen Bahnen über dem Horizonte beschreibenden Sterne größer, hier kleiner als bei uns; dort verschwinden endlich bekannte Sterne in Süden, hier kommen neue unbekannte zum Vorscheine. Diese Erscheinungen sind nothwendige Folgen der Kugelform der Erde; wäre sie eine Ebene, so müßte man an allen Orten genau dieselben Sterne sehen und überall müßten die Bahnen derselben genau gleiche Lage gegen den Horizont haben. Stellt aber in Fig. 2 der kleinere Kreis die Erde vor und der größere die Himmelszugel, auf welcher P den Nordpol bezeichnet, so giebt für den Ort A, dessen Horizont DE vorstellt, der Bogen DP seine Höhe an, für den nördlich gelegenen Ort B,

dessen Horizont **FG** ist, der größere Bogen **FP**, wie für den südlich gelegenen Ort **C**, dessen Horizont **HK** ist, der kleinere Bogen **HP**. Stellen die punktirten Linien die Bahnen der Gestirne vor, so ist aus der Zeichnung auch leicht zu ersehen, wie bei einer Reise nach Norden uns Sterne im Süden verschwinden, bei einer nach Süden dagegen neue erscheinen müssen.

7) Beweis aus den Mondfinsternissen. Eine Mondfinsterniß entsteht, wenn die Erde bei ihrem Laufe um die Sonne zwischen diese und den Mond so zu stehen kommt, daß letzterer durch ihren Schattenkegel gehen muß. Die Begränzung des auf den Mond fallenden Erdschattens ist, wie verschiedenartig auch immer die Lage der Erde zum Monde bei den verschiedenen Mondfinsternissen sein mag, doch stets kreisförmig; aber nur die Kugel giebt in allen Lagen sowohl gegen den leuchtenden als auch beschatteten Körper einen runden Schatten, welchen ein Zylinder, ein Kegel, eine runde Scheibe u. s. w. dagegen nur in gewissen Lagen hervorbringen können.

8) Beweis aus der Kugelform der anderen Planeten. Die Astronomen wissen, seit ihnen mittelst vorzüglicher Fernröhre in außerordentliche Weiten des Weltraumes zu sehen vergönnt ist, daß auch die anderen Planeten Kugelform haben. Bestimmte Erscheinungen an diesen Körpern, z. B. daß als dunkle Flecken dem Auge sich darstellende Stellen an dem einen Rande erscheinen, sich über die Fläche derselben nach dem entgegengesetzten fortbewegen, dort verschwinden, und nach einer bestimmten Zeit an dem ersten Rande wieder erscheinen, worauf sich Alles in derselben Ordnung wiederholt, beweisen deutlich ihre Bewegung um sich selbst, und da sie sich dabei immer als Scheiben zeigen, so müssen sie wohl Kugelform haben. Die Gestalt, welche die anderen der Erde so ähnlichen Planeten übereinstimmend haben, wird wohl auch ihr selbst eigen sein.

9) Beweis aus Bogenmessungen am Himmel und gleichzeitigen Längenmessungen auf der Oberfläche der Erde. Die Firsterne sind, was wir im nächsten Abschnitte zeigen werden, in so außerordentlicher Entfernung von uns, daß wir alle Gesichtslinien von verschiedenen Standpunkten auf der Erde nach einem und demselben Firsterne ohne Fehler als einander parallel betrachten können. Mißt man in Fig. 3 auf der Erde von **A**, über welchem Punkte senkrecht der Stern **B** steht, in gerader Richtung nach **C**, so sieht man in **C** stehend den Stern **B**, jetzt in **D**, längs der zur

AB parallelen CD, welche mit der von C nach dem hier senkrecht liegenden Himmelspunkte F gedachten CF den Winkel DCF bildet. Diesen Winkel kann der Astronom messen; wegen EB ‡ DC ist aber DCF = AEC (G. §. 72, II), und AC ist, wofern die Erde eine Kugel ist, das Maaß von AEC, und enthält also eben so viele Grade als dieser Winkel, und man kann nun sagen: so und so viele Fuße gehen auf so und so viele Grade. Werden nun jetzt nach allen Seiten hin und an verschiedenen Stellen der Erde immer dieselbe Anzahl von Fußen abgemessen, und die Messungen am Himmel ergeben immer Bogen von derselben Anzahl von Graden; so wird die Folgerung, die Erde sei eine Kugel, nothwendig.

10) Beweis aus der verhältnißmäßig kleinen Reise, welche man auf der Erde zu machen hat, um einen dem senkrecht über uns liegenden Himmelspunkte nahen Stern wirklich senkrecht über uns zu sehen. Ist in Fig. 3 der über uns in A senkrecht stehende Stern B, so müssen wir, damit der Stern F an die Stelle des B träte, auf der kugelförmigen Erde den Bogen AC, auf der ebenen Erde aber den geraden Weg AG zurücklegen, wenn FG der Perpendikel von dem Sterne F auf die die Erde vorstellende Ebene ist. Der Bogen AC würde für den Fall, daß die astronomische Messung den Bogen BF = 1″ angäbe und der Erdradius = 859,5 Meilen beträgt, nur 15, die gerade Linie AG aber über 17452 Millionen Meilen betragen, wenn die Entfernung des Fixsternes auch nur eine Billion Meilen angenommen wird; denn:

AG = AF cos. FAG = 1 Bill. cos. 89°

log. AG = 10, 2418553 = log. 17452400000

also AG = über 17452 Mill. Meilen, welchem Resultate die Erfahrung ganz widerspricht, während sie mit dem anderen völlig übereinstimmt.

§. 4. So bedeutend hoch uns auch Berge von 5000, 10000, 15000 u. s. w. Fuß an sich erscheinen mögen, so ist ihre Höhe doch im Vergleich mit der Größe des Erdradius verschwindend klein, so daß die höchsten Berge der Erde ihre Kugelgestalt aufzuheben nicht im Stande sind. So wenig ein Sandkorn von einer halben Linie Dicke auf einer Kugel von sechs Fuß Durchmesser liegend dieser die Kugelform zu benehmen fähig ist, eben so wenig ein Berg von der Höhe einer ganzen Meile der Erde selbst (der Chimborasso ist erst 19300′ hoch); wird nämlich der

Durchmesser der Erde = 2 . 1963114′ und 1 Meile = 22841,8′ gesetzt, so steht: 2 . 19631114 : 22841,8 = 6 : x

$$x = \frac{3 . 11420,9}{9815657} \text{ und log. } x = 0,5429067 - 3$$

also $x = 0,00349065' = 12 . 12 . 0,00349''' = 0,50256'''$.

Die früheren Vorstellungen von der Gestalt der Erde beruhen theils auf dem blos sinnlichen Eindrucke theils auf Einbildungen, nicht aber auf der Vergleichung genau und scharf angestellter Beobachtungen z. B. nach Homer (950 v. Ch.) ist sie eine ruhende runde Scheibe, welche der Fluß Okeanos umfließt — nach Thales von Milet (650 v. Ch.) dagegen eine auf Wasser schwimmende Scheibe, — nach Anaximander ein Zylinder, dessen obere Fläche bewohnt ist — nach Anaximenes wird die Erde von komprimirter Luft, nach der Meinung der Indier aber von Elephanten getragen, — nach Plato (429 v. Ch.) ist sie ein Würfel, welchen er für den vollkommensten Körper hält. Pythagoras (540 v. Ch.) behauptet die Kugelgestalt der Erde, und Aristoteles (384 v. Ch.) führt schon die Beweise (6) und (7) auf, wenigstens von (6) so viel, daß bei seiner Reise nach Aegypten der Stern Konopus über den Horizont tritt.

II. Von der astronomisch-mathematischen Abtheilung der Erdoberfläche.

§. 5. Da die Erde im Allgemeinen eine Kugel ist, so läßt sich auch auf sie die ganze Lehre von der Kugel, wie sie jedem der Mathematik Kundigen aus der Stereometrie bekannt ist, anwenden. Alle von den Gelehrten auf der Erdoberfläche bestimmten wichtigen Punkte und Kreislinien, durch welche sie in unserer Vorstellung verschieden getheilt erscheint, was uns ihre Erkenntniß erleichtert, sind nicht nach Uebereinstimmung willkührlich angenommen, sondern aus den Beobachtungen himmlischer Erscheinungen nothwendig hervorgegangen. Die mathematische Abtheilung der Erdoberfläche ist nur ein Abbild von jener der Himmelskugel, und heißt deshalb mit Recht astronomisch-mathematisch. Das Wichtigste darüber enthält dieser Abschnitt.

§. 6. Wie groß auch immer die Erdkugel für sich betrachtet sein mag, so ist doch ihre Größe im Vergleiche mit der Größe der Himmelskugel als verschwindend zu betrachten, so daß wir sie in dieser Beziehung nur als den Mittelpunkt der Himmelskugel anzusehen haben, denn:

1) Nach optischen Gründen muß uns jeder Gegenstand desto größer erscheinen, je näher wir ihm kommen, und zwei oder mehre Gegenstände, welche wir auseinanderstehend se-

hen, müssen, indem sie bei unserer Annäherung größer zu werden scheinen, auch zugleich scheinbar weiter auseinander treten. (Ph. §. 151.) Keine von beiden Erscheinungen zeigt sich aber an irgend einem Sternbilde, von wie verschiedenen Standpunkten auf der Erde es auch betrachtet wird; der große Bär z. B. zeigt sich überall in derselben Gestalt und Größe, und auch die einzelnen das Sternbild bildenden Sterne zeigen keinen Unterschied in der Größe. Das kann nur deshalb so sein, weil jede irdische Annäherung an die Sterne so gut wie keine Annäherung, die Entfernung der Sterne von uns also außerordentlich groß ist. Ja der Himmel erscheint uns sogar unverändert, wo auch immer die Erde auf ihrer Bahn sich befindet; wiewohl, was später sich zeigen wird, der Ort der Erde im Raume in jedem Augenblicke von dem, welchen sie vor einem halben Jahre einnahm (z. B. etwa den 1. März und den 1. September, oder den 1. Juli und den 1. Januar u. s. w.) über 41 Millionen Meilen entfernt ist.

2) Ein Kreis kann nur als Kreis erscheinen, wenn unser Auge sich in der Axe desselben befindet, d. i. in der auf seiner Ebene im Mittelpunkte senkrechten Linie; bei jeder Stellung außerhalb derselben oder seitwärts stellt er sich als eine Ellipse dar. Nun erscheinen allen Bewohnern der Erde die Bahnen der Sterne bei ihrer täglichen Bewegung als Kreise, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Nordpol oder Südpol ist, während, wenn das Größenverhältniß der Erd- und Himmelskugel nicht ein so überaus großes wäre, sich diese Bahnen nur an den Stellen der Erde, welche sich unter den Polen befinden, als Kreise, an allen übrigen aber als mehr oder weniger gestreckte Ellipsen zeigen müßten. Wie groß also auch immer unsere Ortsveränderung auf der Erdkugel sein mag, immer ist es in Bezug auf die Weite der Himmelskugel oder die Entfernung der Sterne so, als wären wir in demselben Punkte, ihrem Mittelpunkte, ruhend verblieben.

§. 7. Ist in Fig. 4, wo der kleine Kreis die Erde, der große die Himmelskugel vorstellt, O ein Ort auf der Erde, die SH die tangirende Ebene für diesen Ort und WH die derselben durch den Mittelpunkt der Erde parallel gedachte Ebene, so heißt jener kleinere Kugelkreis der Himmelskugel der scheinbare, dieser größte Kugelkreis dagegen der wahre Horizont des Ortes O. Wiewohl diese beiden Horizonte um den Erdradius von einander entfernt

sind, so betrachtet man sie doch in der Astronomie wegen der verschwindenden Größe dieses Erdradius im Verhältnisse zu den Sternweiten, als zusammenfallend, also einen in den wahren Horizont tretender Stern auch als in den scheinbaren tretend. Der Kreis, welchen wir bei freier Aussicht um uns als Grenze des Himmels und der Erde erblicken, und in dessen Mittelpunkte wir zu stehen glauben, ist nun weder SH noch WH, sondern ein zwischen ihnen gelegener, der dem wahren Horizonte desto näher liegt, auf einem je höheren Standpunkte wir uns befinden. Der Horizont theilt nun für jeden Ort die Himmelskugel in die sichtbare Halbkugel (Hemisphäre), hier WZH, und in die unsichtbare, hier WZ'H. Von den Polen der Axe des Horizontes heißt der in der sichtbaren Halbkugel Zenith oder Scheitelpunkt, hier Z, dagegen der in der unsichtbaren Nadir oder Fußpunkt, hier Z', so benannt, weil jener senkrecht über dem Haupte des Beobachters, dieser senkrecht unter den Füßen desselben am Himmelsgewölbe liegt.

§. 8. Die genaue Betrachtung der täglichen Bewegung der Sterne führt auf den gemeinschaftlichen Mittelpunkt der Sternbahnen (§. 3.) Dieser Punkt und der ihm an der Himmelskugel entgegengesetzt liegende heißen die Himmelspole oder Weltpole, und die sie verbindende gerade Linie, um welche sich die Himmelskugel täglich einmal herum zu drehen scheint, die Himmelsaxe oder Weltaxe. Der größte Kugelkreis, dessen Axe die Weltaxe, und dessen Pole also die Weltpole sind, heißt der Aequator, der Gleicher, und seine Peripherie, weil sie genau in der Mitte zwischen den Polen liegt, die Mittellinie. Der bei uns sichtbare Pol heißt der Nordpol oder der arktische Pol (ἄρκτος der Bär,) und der andere der Südpol oder der antarktische Pol, und von den Hälften der Himmelskugel, in welche sie der Aequator theilt, wird die mit dem Nordpole die nördliche, die mit dem Südpole die südliche Halbkugel genannt.

§. 9. Der größte Kugelkreis der Himmelskugel, welcher durch das Zenith eines Ortes und durch den Nordpol geht, heißt der himmlische Meridian oder Mittagskreis dieses Ortes, so benannt, weil es Mittag (die Mitte des Tages) ist, wenn die Sonne in diesen Kreis kommt. Er muß auch durch den Südpol und den Nadir, mithin auch durch die Axen des Horizontes und des Aequators gehen;

und daher auf diesen senkrecht stehen (S. §. 360); auch müssen sich der Horizont, der Aequator und der Meridian als größte Kugelkreise wechselseitig halbiren. Die Durchschnittspunkte ihrer Peripherien sind in der Astronomie wichtige Punkte. Von den Durchschnittspunkten der Peripherien des Meridianes und des Horizontes heißt der dem Nordpole näher liegende der Nordpunkt oder Mitternacht; und der vom Nordpole entferntere der Südpunkt oder Mittag. Die Durchschnittslinie des Meridianes und des Horizontes, d. i. die den Süd- und Nordpunkt verbindende gerade Linie heißt die Mittagslinie. Von den Durchschnittspunkten der Peripherien des Aequators und des Horizontes wird der einem nach Norden sehenden Beobachter rechts liegende der Ostpunkt oder Morgen, der ihm links liegende aber der Westpunkt oder Abend genannt. Diese vier Punkte theilen die Peripherie des Horizontes in vier gleiche Theile, so daß jeder Punkt von den beiden benachbarten immer 90° entfernt ist, d. h. ist in Fig. 5 I der Horizont, II der Aequator und III der Meridian, so ist, wenn AB die Durchschnittslinie von I und III, und CD die von I und II, also B der Nord-, D der Ost-, A der Süd- und C der Westpunkt ist, AC = CB = BD = DA = 90°.

Die Gleichheit dieser vier Bogen läßt sich darthuen. Der Meridian geht durch die Axen des Aequators und des Horizontes, steht also auf diesen senkrecht (S. §. 360) folglich auch sie auf ihm; da sie sich aber auch schneiden, so muß auch ihre Durchschnittslinie (S. §. 318), hier CD, auf dem Meridiane senkrecht stehen, und wenn dieses statt findet, muß sie auch senkrecht stehen auf jeder durch den Treffungspunkt in der Meridianebene gehende Linie (S. §. 284, 2) hier AB; es ist also x = y = v = w = R, mithin auch AC = CB = BD = DA = 90°.

Diese vier Punkte des Horizontes: Norden, Osten, Süden und Westen heißen die vier Haupt-Weltgegenden oder die vier Hauptpunkte des Horizontes. Die Nebenpunkte des Horizontes erhält man durch wiederholtes Halbiren der Bogen; die ersten heißen: Nordost, Nordwest, Südost, Südwest, die zweiten: Nord-Nordost, Ost-Nordost, Nord-Nordwest, West-Nordwest, Süd-Südost, Ost-Südost, Süd-Südwest, West-Südwest, die dritten: N ¼ NO, NO ¼ N, O ¼ NO, NO ¼ O, N ¼ NW, NW ¼ N, W ¼ NW, NW ¼ W, S ¼ SO, SO ¼ S, O ¼ SO, SO ¼ O, S ¼ SW, SW ¼ S, W ¼ SW, SW ¼ W; im Ganzen also 4 + 4 + 8 + 16 = 32 Punkte des Horizontes.

Die Benennungen der Nebenpunkte sind nach folgender Regel gebildet. Die Namen der ersten und zweiten bestehen aus den Namen derjenigen Punkte, zwischen denen sie sich befinden, doch so, daß bei den ersten (4) Nebenpunktrn, welche zwischen den Hauptpunkten liegen, immer Norden oder Süden voransteht (NO, NW, SO, SW,) bei den zweiten (8) Nebenpunkten, welche zwischen den Hauptpunkten und den ersten Nebenpunkten liegen, immer die Benennung des Hauptpunktes voransteht (NNO, ONO, OSO, SSO u. s. w.). Die Namen der dritten (16) Nebenpunkte bestehen auch aus den Namen der Hauptpunkte und den ersten Nebenpunkte, doch so, daß, da der Bogen zwischen je zwei solchen Punkten in vier gleiche Bogen getheilt erscheint, beim Namen zuerst der nähere und dann mit dem vorangesetzten $\frac{1}{4}$ und hinzugedachten „gegen" de entferntere genannt wird. (N $\frac{1}{4}$ gegen NW oder N $\frac{1}{4}$ NW, NW $\frac{1}{4}$ gegen N oder NW $\frac{1}{4}$ N. u s. w.)

Da der Ostpunkt des Horizontes auf der einen, der Westpunkt auf der anderen Seite des Meridianes liegen, so sagt man, der Meridian sei derjenige größte Kugelkreis, der die Himmelskugel in die östliche und westliche Halbkugel theilt. Seine Pole sind eben jene zwei Punkte des Horizontes. Der Durchgang eines Gestirnes bei der täglichen Bewegung des Himmels durch den Meridian heißt seine Kulmination. Jedes Gestirn hat täglich zwei Kulminationen, eine obere und eine untere, von denen jene über, diese unter dem Horizonte liegen, wenn der Stern nicht seine ganze Bahn über dem Horizonte hat, während sie im entgegengesetzten Falle beide über demselben liegen. Die größte Höhe über dem Horizonte hat ein Gestirn immer im Augenblicke der oberen Kulmination. Die Sonne kulminirt über dem Horizonte zu Mittage, unter dem Horizonte aber zur Mitternachtszeit, was wir später beweisen werden.

§. 15. Die Bahn, welche die Sonne bei ihrer Bewegung von Westen nach Osten am Himmelsgewölbe in einem Jahre beschreibt, ist die Peripherie eines größten Kugelkreises, welcher die Sonnenbahn oder die Ekliptik (ἐκλειπτικὴ sc. γραμμή — ἔκλειψις Finsterniß) heißt. Die Ekliptik und der Aequator schneiden sich unter einem Winkel von fast $23\frac{1}{2}^{0}$ (genauer jetzt 24^{0} $27'$ $41,4''$), welchen wir die Schiefe der Ekliptik nennen. Um so viel erhebt sich die Ekliptik über den Aequator nach dem Nordpole zu, und um so viel senkt sie sich natürlich auch unter demselben nach dem Südpole zu. Wegen dieser schiefen Lage der Ekliptik zum Aequator wurde sie daher auch von den Griechen der schiefe Kreis (λόξος κύκλος) genannt. Auf die Schiefe der Ekliptik im Allgemeinen wird man schon durch die Beobachtung geführt, daß die Sonne sich nicht alle Tage gleich hoch über den Horizont erhebt, so wie auf

die ungefähre Größe derselben durch die Beobachtung, daß sie sich im Frühjahre und Herbste (März und September) so hoch wie die Sterne im Aequator, im Sommer (Juni) aber etwa $23\frac{1}{2}^0$ höher, so wie im Winter (Dezember) $23\frac{1}{2}^0$ niedriger über den Horizont bei ihrer Kulmination erhebt. Sie betrug 1800 genau 23° 27′ 54, 8″ und nimmt jährlich etwa um ½ Sek. ab, (genauer 0, 4758″), in Folge der Einwirkung der Planeten, besonders des Jupiters und der Vens auf die Erde.

Vier Punkte der Ekliptik müssen besonders hervorgehoben werden, nämlich die zwei Durchschnittspunkte ihrer Peripherie mit der des Aequators und die beiden vom Aequator entferntesten Punkte. Jene heißen Nachtgleiche- oder Aequinoktialpunkte, und zwar der, durch welchen sich die Sonne in die nördliche Halbkugel erhebt, der Frühlings-Aequinoktialpunkt, der andere aber, durch welchen die Sonne in die südliche Halbkugel herabgeht, der Herbst-Aequinoktialpunkt; diese nennt man Sonnenwende- oder Solstitialpunkte, und zwar den über dem Aequator den nördlichen oder Sommer-Solstitialpunkt, den unter ihm den südlichen oder Winter-Solstitialpunkt. Die Gründe dieser Benennungen werden sich in der Folge von selbst ergeben. Der größte Kugelkreis durch die beiden Nachtgleichepunkte und die Himmelspole heißt der Kolur der Nachtgleichen, so wie der durch die Sonnenwendepunkte und die Pole der Kolur der Sonnenwenden.

Es ist nun leicht einzusehen, daß 1) der Bogen des Kolur der Sonnenwenden zwischen dem Aequator und der Ekliptik das Maaß der Schiefe der Ekliptik ist (G. §. 367, III), und daß 2) die Pole des Aequators und der Ekliptik um einen der Schiefe der Ekliptik gleichen Bogen von einander entfernt sind. (G. §. 399, II.)

Die vier Hauptpunkte der Ekliptik theilen ihre Peripherie in vier gleiche Bogen, also zu 90°, und theilt man jeden Bogen noch in drei gleiche Theile, also zu 30°, so erhält man die sogenannten zwölf himmlischen Zeichen, welche nach den Sternbildern, die sonst (vor etwa 2200 Jahren) darin standen, benannt sind. Die sechs nördlichen, vom Frühlingspunkte an gerechnet, folgen so auf einander: Widder (♈, 20. März), Stier (♉, 20. April), Zwillinge (♊, 21. Mai), Krebs (♋ 21. Juni), Löwe (♌, 21. Juli), Jungfrau (♍, 23. August); die sechs südlichen aber in dieser Richtung: Waage (♎, 23.

September), Skorpion (♏ 23. Oktober), Schütze (♐, 22. November), Steinbock (♑, 22 Dezember), Wassermann (♒, 20. Januar), Fische (♓, 18 Februar). Die Klammern enthalten die Bezeichnung der Zeichen und den Tag des Eintrittes der Sonne in dieselben. Folgende Verse enthalten die Namen der zwölf Zeichen:

Sunt aries, taurus, gemini, cancer, leo, virgo
Libraque, scorpius, arcitenens, caper, amphora, pisces.

Zur Zeit der Benennung, vor etwa 2200 Jahren, stand im Zeichen des Widders, d. i. in den ersten nördlichen 30°, auch das Sternbild Widder, im Zeichen des Stieres, d. i. in den zweiten nördlichen 30° auch das Sternbild Stier u. s. w.; das Sternbild und das gleichnamige Zeichen nahmen daher denselben Raum des Himmels ein. Seit jener Zeit sind aber die Zeichen unter den Sternbildern zurückgewichen, d. h. von Osten nach Westen, dem Sonnenlaufe also entgegen, oder die Sternbilder sind unter den Zeichen weiter gerückt, und zwar beträgt jetzt diese Ortsveränderung ein ganzes Zeichen, so daß jetzt

im Zeichen Widder das Sternbild Fische
— — Stier — — Widder
— — Zwillinge — — Stier u. s. w. steht.

Man kann daher sagen:

Frühlingssternbilder sind Fische, Widder Stier, aber
Frühlingszeichen sind Widder, Stier, Zwillinge
Sommersternbilder sind Zwillinge, Krebs, Löwe, aber
Sommerzeichen sind Krebs, Löwe, Jungfrau u. s. w.

Das Zurückweichen der Nachtgleichepunkte beträgt jährlich etwa 50,1 Sek. Dividirt man mit 50,1 in 360 . 60 . 60 als den Umfang der Ekliptik in Sekunden ausgedrückt, so findet man 25900 Jahre als die Zeit, in welcher die Nachtgleichepunkte einmal die Ekliptik zurücklegen, oder in welcher sich die Are des Aequators um die der Ekliptik einmal herumdreht. In etwa 23700 Jahren werden also wieder Zeichen und Sternbilder zusammenfallen. Diese Periode von 25900 Jahre heißt das große platonische Jahr.

§. 11. Die Astronomen beziehen die Lage der Gestirne nach Erforderniß auf den Horizont oder den Aequator oder auf die Ekliptik. Der Ort des Gestirnes ist in Bezug auf einen dieser größten Kugelkreise dann genau bestimmt, wenn nicht nur angegeben wird, wie weit er im senkrechten Bogen von demselben entfernt ist, sondern auch, neben welchem Punkte desselben er liegt. Jenes wird erreicht, wenn man sich durch die Are oder die Pole des betreffenden größten Kugelkreises und durch den Ort des Gestirnes ein Kugelkreis gelegt denkt, welcher nach stereometrischen Gründen (G. §. 360, I) nicht nur ein größter ist, sondern auch auf dem ursprünglichen Kreise senkrecht steht, und nun die Größe des Bogens von dem Gestirne bis zu dem größten Kugelkreise mißt; dieses erreicht man, wenn man die Größe des

Bogens des betreffenden größten Kugelkreises zwischen dem Einschnittspunkte jenes senkrechten Kreises und einem als Anfangspunkt auf ihm selbst bestimmten Punkte angiebt.

Der durch Zenith, Nadir und den Ort des Gestirnes gehende größte Kugelkreis heißt sein Scheitelkreis, der durch den Nordpol, Südpol und den Ort des Gestirnes gelegte aber sein Deklinationskreis, Abweichungskreis, Stundenkreis, so wie der durch die Pole der Ekliptik und den Ort des Gestirnes bestimmte größte Kugelkreis sein Breitenkreis genannt wird. Der Bogen des Scheitelkreises zwischen dem Horizonte und dem Orte des Sternes heißt seine Höhe, der Bogen des Deklinationskreises zwischen dem Aequator und dem Orte des Sternes seine Deklination und endlich der Bogen des Breitenkreises zwischen der Ekliptik und dem Orte des Sternes seine Breite. Die Höhen, Deklinationen und Breiten werden von 0 bis 90° gerechnet, wobei die beiden letzteren nördlich oder südlich sein können. Die Ergänzungen der Höhe, Deklination und Breite eines Gestirnes zu 90°, d. i. der Bogen zwischen dem Gestirne und dem Pole des betrachteten größten Kugelkreises heißen Zenithdistanzen und Poldistanzen.

Da der Meridian durch das Zenith geht, und auf dem Horizonte senkrecht steht, so ist er auch ein Scheitelkreis; der Bogen des Horizontes zwischen dem Scheitelkreise des Gestirnes und dem Meridiane, oder der Winkel am Zenithe zwischen dem Meridiane und dem Scheitelkreise, heißt das Azimuth des Gestirnes. Es wird von Süden nach Osten und Westen von 0 bis 180° gerechnet, so daß es östliche und westliche Azimuthe giebt. Der zur Bestimmung der Lage der Gestirne in Bezug auf den Aequator und die Ekliptik nöthige wichtige Punkt auf ihnen selbst ist einer ihrer Durchschnittspunkte, und zwar der Frühlingspunkt. Der Bogen des Aequators zwischen diesem Punkte und dem Deklinationskreise heißt die Rektaszension oder gerade Aufsteigung, so wie der Bogen der Ekliptik zwischen demselben Punkte und dem Breitenkreise die Länge des Gestirnes. Rektaszension und Länge werden auf ihren zugehörigen Peripherien vom Frühlingspunkte an in der Richtung der Zeichen, d. i. nach der jährlichen Bewegung der Sonne von Westen nach Osten, von 0 bis 360° gezählt. Die Lage der Gestirne gegen den Horizont wird also durch Höhe und Azimuth, gegen den Aequator durch Deklination

und Rektaszension und gegen die Ekliptik durch Breite und Länge bestimmt.

Folgerungen. Die Sonne hat nie eine Breite, ihre Länge beträgt im Frühlings-Aequinoktialpunkte Null, im nördlichen Solstitialpunkte 90°, wo 180°, 270°, 360°; zu derselben Zeit auch ihre Rektaszension 0°, 90°, 180° u. s. w., zu derselben Zeit ist ihre Deklination 0°, 23½° nördlich, 0°, 23½° südlich; die aufgehende und untergehende Sonne hat zur Höhe Null, zu Mittage immer die größte Höhe; sie hat den 23. März und den 23. September, an welchen Tagen sie genau in Osten aufgeht und genau in Westen untergeht, aufgehend ein östliches Azimuth von 90° und untergehend ein westliches Azimuth von 90°.

§. 12. Die Rektaszension und Deklination der Gestirne läßt sich leichter beobachten als ihre Länge und Breite; daher beobachtet man jene, und berechnet diese aus ihnen nach Gründen der sphärischen Trigonometrie.

Ist nämlich in Fig. 6 AQ der Aequator, N sein Nordpol, EK die Ekliptik, B ihr Pol, des Sternes S Deklinationskreis NC und Breitenkreis BA, und die Deklination CS, so wie die Rektaszension DC bekannt, so ist ja NS = 90° — CS und CQ = 90° — DC, und in dem sph. Dreiecke BNS sind bekannt BN, welcher Bogen, der Anzahl der Grade nach, der Schiefe der Ekliptik gleich ist, NS als Ergänzung der gegebenen Deklination zu 90° und der eingeschlossene Winkel x als Ergänzung seines Nebenwinkels y zu 180°, welcher y wegen NQ = NC = 90° durch CQ, der Ergänzung der gegebenen Rektaszension zu 90°, gemessen wird: es ist also (G. §. 412, I.)

$$\cos BS = \cos BN \cdot \cos NS + \sin BN \cdot \sin NS \cdot \cos x$$

Wird die Länge mit l, die Breite mit b, die Rektaszension mit r, die Deklination mit d, und BN mit e bezeichnet, so wird aus jener Formel folgende: $\cos(90° - b) = \cos e \cdot \cos(90° - d) - \sin e \cdot \sin(90° - d) \cdot \cos y$ und aus bekannten trigonometrischen Gründen und wegen

$$\cos y = \cos CQ = \cos(90° - r) = \sin r \text{ endlich}$$

$$\sin b = \cos e \cdot \sin d - \sin e \cdot \cos d \cdot \sin r.$$

Um nun auch einen Ausdruck für die Länge zu finden, worin die berechnete Breite vorkommt, setzen wir in demselben Dreiecke (G. 412, II.)

$$\sin NS : \sin BS = \sin y : \sin x, \text{ woraus folgt:}$$

$$\cos SC : \cos SA = \sin AK : \sin y \text{ oder } \sin CQ, \text{ d. h.}$$

$$\cos d : \cos b = \cos l : \cos r, \text{ also}$$

$$\cos l = \frac{\cos d \cdot \cos r}{\cos l}$$

II. Die Deklination eines Gestirnes aus seiner Länge und Breite zu finden, denken wir uns in Fig. 6 durch S und D den Bogen eines größten Kugelkreises, es ist dann: (G. §. 407)

$\operatorname{tg} SDA = \operatorname{tg} w = \frac{\operatorname{tg} b}{\sin l}$, und da hierdurch w bekannt ist, setzen wir

$\sin SD = \frac{\sin b}{\sin (w + e)}$, aus dem sph. Dr. SDC und

$\sin SD = \frac{\sin b}{\sin w}$, aus dem sph. Dr. SDA, also

$\frac{\sin d}{\sin (w + e)} = \frac{\sin b}{\sin w}$, mithin $\sin d = \frac{\sin b \, . \, \sin (w + e)}{\sin w}$.

Da die Sonne keine Breite hat, oder für sie $b = 0$ ist, so ist ihre Deklination eine Kathete eines rechtw. Dreieckes, dessen Hypotenuse ihre Länge, dessen zweite Kathete ihre Rektaszension und der Winkel, welcher der Deklination gegenüber liegt, die Schiefe der Ekliptik ist; wenn die Sonne in A stände, wäre ADM dieses Dreieck, welches giebt:

$\sin AM = \sin DA \, . \sin ADM$ d. h.

$\sin d = \sin l \, . \sin e.$

III. Auch die Bestimmung der Deklination eines Gestirnes aus Höhe und Azimuth desselben, wenn auch die Polhöhe bestimmt ist, hat keine Schwierigkeit, denn in Fig. 7, wo HO, AQ, Z, N und S die bekannte Bedeutung haben, ist BS die Höhe (h), HB oder x das Azimuth (a) und SA die gesuchte Deklination (d). Im sph. Dr. ZNS ist $ZS = 90^0 - h$, $y = 180 - a$ und $ZN = 90 - p$, wenn p die Polhöhe bedeutet, mithin (G. §. 412.

$\cos NS = \cos ZN \, . \cos ZS + \sin ZN . \sin ZS . \cos y$

$\sin d = \sin p \, . \sin h - \cos p \, . \cos h \, . \cos a.$

§. 13. Die auf der Himmelskugel zum Horizonte parallel gedachten Kreise heißen Höhenkreise oder Almukantharatkreise, die zum Aequator parallelen aber vorzugsweise Parallelkreise der Himmelskugel. Alle in demselben Höhenkreise stehenden Sterne haben gleiche Höhe aber verschiedene Azimuthe; eben so haben alle Sterne in demselben Parallelkreise gleiche Deklination aber verschiedene Rektaszensionen, so wie allen Sternen in demselben zur Ekliptik parallelen Kreise gleiche Breite aber verschiedene Längen zugehören.

Von den Parallelkreisen der Ekliptik merken wir hier diejenigen, deren Peripherien den sogenannten Thierkreis begränzen, eine Zone, die sich am Himmel zu beiden Seiten der Ekliptik in einem Abstande von etwa 9° erstreckt, und in welcher sich die Planeten bewegen. Ihr Name kommt von den zwölf in ihr stehenden Sternbildern, von denen die meisten Namen von Thieren haben, wie Widder, Stier ꝛc.

Von den vorzugsweise sogenannten Parallelkreisen der Himmelskugel sind besonders wichtig 1) der nördliche und südliche Wendekreis, von denen jener durch den nördlichen, dieser durch den südlichen Solstitialpunkt geht, oder von denen jenen der nördliche, diesen der südliche Solstitialpunkt bei der täglichen Bewegung der Himmelskugel be-

schreibt. Weil jener also durch den Anfangspunkt des Zeichens des Krebses, und dieser durch den Anfangspunkt des Zeichens des Steinbocks geht, so heißt jener auch Krebs-Wendekreis, dieser Steinbocks-Wendekreis. 2) Der nördliche und südliche Polarkreis, von denen jener durch den nördlichen, dieser durch den südlichen Pol der Ekliptik geht, oder von denen jenen der nördliche, diesen der südliche Pol der Ekliptik bei der täglichen Bewegung der Himmelskugel beschreibt.

Die Oberfläche jeder durch den Aequator entstandenen Halbkugel erscheint daher in drei Zonen getheilt, von denen die erste vom Aequator und dem Wendekreise, die zweite von diesem und dem Polarkreise begränzt wird, die dritte aber die Endzone vom Polarkreise an ist. Die Breite jeder Zone ist leicht zu bestimmen; die Breite der ersten ist gleich der Schiefe der Ekliptik, also $= 23\frac{1}{2}^{\circ}$, die der dritten ist eben so groß, also auch $23\frac{1}{2}^{\circ}$, da die Pole der Ekliptik und des Aequators von einander so viele Grade entfernt sein müssen, als die Schiefe der Ekliptik beträgt (G. §. 367, II), mithin bleibt von dem die Entfernung des Poles vom Aequator angebenden Quadranten für die zweite oder mittlere Zone noch übrig $90^{\circ} - 2 \cdot 23\frac{1}{2}^{\circ} = 43^{\circ}$.

§. 14. Da die Erdkugel und die Himmelskugel konzentrische Kugeln sind, so gehört zu jedem himmlischen größten Kugelkreise ein irdischer größter, der mit jenem in derselben Ebene liegt und ihm konzentrisch ist, und dessen Axe derjenige Theil der zugehörigen himmlischen Axe ist, welcher durch die Erde geht; so ist in Fig 8 AQ der himmlische, aq der irdische Aequator, NS die Weltaxe, ns die Erdaxe, N und S die Weltpole, n, s, die Erdpole, ABDNECQ die Nordhälfte der Himmelskugel, abdnecq die Nordhälfte der Erdkugel u. s. w. Die den wichtigen kleineren Himmelskreisen entsprechenden kleineren Erdkreise findet man, wenn man auf der Erdkugel kleinere Kugelkreise in derselben Entfernung zu den zugehörigen größten zieht; hat also cq so wie CQ $23\frac{1}{2}^{\circ}$, ec wie EC 43°, mithin ne wie NE $23\frac{1}{2}^{\circ}$, was sehr leicht in der Zeichnung bestimmt wird, wenn man C und E mit dem Mittelpunkte der Erde verbindet, so entspricht der durch c zu aq parallele Kreis dem himmlischen nördlichen Wendekreise, und bc ist dann der irdische nördliche Wendekreis u. s. w., also de der nördliche Polarkreis, b′c′ der südliche Wendekreis, d′e′ der südliche Polarkreis der Erde; und jede durch den Aequator entstandene Hälfte der Erd-

berfläche erscheint ihrer zugehörigen Hälfte der Himmelsfläche proportionirt in drei Zonen getheilt. In der Vorstellung erhält man die kleineren irdischen Kreise auch, wenn man sich einen Kegel denkt, dessen Grundfläche der entsprechende kleinere Himmelskreis ist und dessen Gipfel im Mittelpunkte der Erde liegt. Die Durchschnittslinie der Erdfläche mit dem Mantel des Kegels ist die Peripherie des gesuchten kleineren Erdkreises.

§. 15. Jedem himmlischen Meridiane entspricht ein irdischer; wie jener durch die Weltaxe und das Zenith eines Ortes geht, geht dieser durch die Erdaxe und den Ort selbst, und wir sagen jetzt: der Erdäquator ist derjenige größte Kreis der Erde, welcher sie in die nördliche und südliche Hälfte, ein Erdmeridian ist aber ein größter Kreis der Erde, welcher sie in die östliche und westliche Hälfte theilt. Wie auf der Himmelskugel so giebt es auch auf der Erdkugel nur Einen Aequator, aber viele Meridiane. Die Lage eines Ortes auf der Erdkugel wird bestimmt durch die Angabe, wie weit er im senkrechten Bogen eines größten Kugelkreises vom Aequator entfernt ist, und neben welchem Punkte desselben er liegt.

Der Bogen des Meridianes eines Ortes zwischen dem Aequator und dem Orte selbst heißt seine geographische Breite, der Bogen des Aequators aber zwischen dem Meridiane dieses Ortes und dem eines anderen Ortes, der nach Uebereinkunft als der erste oder Hauptmeridian angenommen wird, heißt seine geographische Länge. Da der Ort in der nördlichen oder südlichen Erdhalbkugel liegen kann, so unterscheidet man nördliche und südliche Breite, die sich von 0 bis 90° erstrecken können. Die Länge ist aber östlich und westlich und wird natürlich von 0 bis 180° gezählt, oder auch blos östlich, indem man sie von 0 bis 360° zählt. Als erster Meridian wird jetzt betrachtet der Meridian der Insel Ferro, 20° westlich von der Pariser Sternwarte; häufig nennt auch jede Nation den Meridian des ersten Observatoriums ihres Landes den ersten Meridian z. B. die Franzosen den von Paris, die Engländer den von Greenwich, die Deutschen den von Berlin oder Wien u. s. w.

Welche Breite haben die Punkte des Aequators, des nördlichen und des südlichen Wendekreises, des nördlichen und südlichen Polarkreises, des Nordpoles und des Südpoles der Erde? Geographische Breite und Länge sind also von der astronomischen Breite und Länge wohl zu unterscheiden. Die Berechnung der Entfernung zweier Orte aus ihrer

Breite und Länge geschieht auf folgende Art: Wenn in Fig. 9 von den beiden Orten D und F ihre Länge AB und AC und ihre Breite DB und FC gegeben sind, so sind auch BNC durch BC = AC — BC wegen NB = NC = 90° so wie ND und NF als Ergänzungen der gegebenen Breiten zu 90° bekannt, und es steht:

$$\cos DF = \cos ND \cdot \cos NF + \sin ND \cdot \sin NF \cdot \cos DNE$$

oder man denkt sich den Bogen DE senkrecht auf NF und berechnet zuerst im rechtwinkligen Dreiecke NDE aus ND und DNE die NE nach der Formel:

$$\operatorname{tg} NE = \operatorname{tg} DN \cdot \cos DNE$$ (G. §. 407, II.)

und hierauf setzt man:

$$\cos DF : \cos DN = \cos EF : \cos EN,$$ also

$$\cos DF = \frac{\cos DN \cdot \cos EF}{\cos EN}$$ (G. §. 412 I.)

§. 16. Was nun die Bestimmung der Länge und Breite betrifft, so möge hierüber nur folgendes Wenige stehen:

1) Aus §. 3. Nr. 5 und §. 15 folgt, daß sich der Längenunterschied zweier Orte in Zeit angeben läßt, so wie aus dem Zeitunterschiede der Orte ihr Längenunterschied gefunden werden kann, wobei immer 15 Grade Eine Stunde geben. Hat man nun eine nach dem Meridiane von Ferro richtig gestellte Uhr, d. h. so gestellt, daß sie 12 zeigt, wenn die Sonne in Ferro zu Mittage kulminirt, und zeigt eine zweite nach dem Meridiane des Ortes der Beobachtung gestellte Uhr 3 St. 40 Min. 20 Sek. mehr, so würde der Ort in dem Erdmeridiane von ($3 \cdot 15 + 40 \cdot \frac{1}{4} + 20 \cdot \frac{1}{240}$) = 45° 5′ östlicher Länge liegen, so wie eben so viel westlicher Länge, wenn die Uhr so viel Zeit weniger angäbe. Andere auf Beobachtungen von Himmelserscheinungen sich gründende Methoden, Längenunterschiede der Orte zu finden, werden noch später erwähnt werden. — Seeuhren oder Chronometer von Harrison 1742.

2) Die Breite eines Ortes ist immer gleich seiner Polhöhe, d. i. der Erhebung des zugehörigen Weltpoles über seinem Horizonte, denn stellt in Fig. 10 der kleinere Kreis die Erdkugel, der größere die Himmelskugel vor, HO den Horizont, AQ und aq den Himmels- und den Erdäquator, so ist des Ortes z Breite az und die Polhöhe NO, und es steht.

$NO + NZ = 90°$ oder ihre Maaße	$x + y = R$
$az + nz = 90°$	$w + y = R$
$NO + NZ = az + nz$	$x + y = w + y$
aber $NZ = nz$	$x = w$
also $NO = az$	

Die Bestimmung der geographischen Breite ist also astronomischer Natur; auch zeigt die Ansicht der Figur, daß der Neigungswinkel des Horizontes und des Aequators (v) die Polhöhe (p) zu 90° ergänzt, und daß mithin aus der Polhöhe oder der geographischen Breite die Aequatorhöhe und aus dieser jene leicht bestimmt werden können. Hierauf gründen sich einige schon hier leicht zu begreifende Methoden, die Polhöhe also auch die geographische Breite zu bestimmen, indem sie nur die Messung der Höhe der Gestirne zur Zeit der Kulmination voraussetzen.

a) Ist es ein Stern, der bei uns gar nicht untergeht, z. B. der Polarstern selbst, so messe man mittelst eines Quadranten seine Höhen zur Zeit der unteren und oberen Kulmination, und addire, da der Pol der Mittelpunkt seiner Bahn ist, zur kleineren Höhe die halbe Differenz zwischen der größeren und kleineren, oder subtrahire von der größeren Höhe diese halbe Differenz — oder man ehme, was aus beiden Methoden folgt, das arithmetische Mittel zwischen beiden Höhen.

$$p = H - \frac{H - h}{2}$$

oder $p = h + \frac{H - h}{2}$

Aus beiden Ausdrücken folgt

$$p = \frac{H - h}{2}$$

b) Ist es ein Stern, der bei uns auf- und untergeht, so muß man außer seiner Höhe zur Zeit der oberen Kulmination auch seine Deklination wissen. Bewegt sich das Gestirn im Aequator (wie selbst die Sonne den 21. März und 23. September), dann ist die Deklination Null und die gemessene Höhe zur Zeit der Kulmination ist die Erhebung des Aequators über den Horizont und die Ergänzung zu 90° die Polhöhe, also auch die geographische Breite.

Hat das Gestirn eine nördliche Deklination (wie auch die Sonne vom 21. März bis 23. September z. B. den 21. Juni 23½°) so ist die gemessene Höhe zur Zeit der Kulmination die Erhebung des Aequators plus jener Deklination, folglich die gemessene Höhe minus der bekannten Deklination die Erhebung des Aequators und die Ergänzung dieser zu 90° wieder die Polhöhe, und mithin auch die geographische Breite. Hat das Gestirn eine südliche Deklination, so giebt die gemessene Höhe plus der Deklination die Erhebung des Aequators über den Horizont.

Verzeichniß der Breite und Länge einiger berühmten Städte.

Abo hat	60°	26′	58″ nördl. Br.	39°	37′	13″ Lg. v. Ferro.
Altona	53	32	45	27	36	15
Berlin	52	31	13	31	2	43
Bonn	50	44	7	24	46	23
Bremen	53	4	36	26	28	30
Breslau	51	6	30	34	42	3
Christiania	59	54	3	28	23	30
Copenhagen	55	40	53	30	14	36
Danzig	54	20	48	36	17	45
Dorpat	58	22	47	44	23	24
Dresden	51	2	50	31	22	42
Edinburg	55	57	20	14	27	28
Florenz	43	46	41	28	55	28
Gotha	50	56	6	28	23	24
Göttingen	51	31	48	27	36	28
Greenwich	51	28	39	17	39	36
Halle	51	29	38	29	37	30
Hamburg	53	33	2	27	38	18
Jena	50	56	28	29	17	0
Königsberg	54	42	50	38	9	46
Krakau	50	3	38	37	36	43
Leipzig	51	20	16	30	1	30
London	51	30	49	17	34	13
Mannheim	49	29	13	20	7	30
Mailand	45	28	1	20	50	56
Moskau	55	45	45	55	12	45
München	48	8	20	29	14	15
Neapel	40	51	55	31	55	30
Oxford	51	45	39	16	24	30
Padua	45	24	3	29	31	44
Palermo	38	6	44	31	1	43
Paris	48	50	13	20	0	0
Petersburg	59	56	31	47	58	34
Prag	59	5	18	32	5	0
Rom	41	53	54	40	9	30
Tornea	65	50	50	41	52	0
Weimar	50	59	12	29	0	45
Wien	48	12	35	34	2	36
Wilna	54	41	0	42	55	15
Zürch	47	22	33	26	11	15

3) An diese Methoden, die Polhöhe zu bestimmen, knüpfen sich ein Paar leichte Methoden, die Mittagslinie zu ziehen, welche in Verbindung mit der bekannten Deklination der Sonne auch zur Bestimmung der Polhöhe gebraucht werden kann. Man beobachtet entweder die Sonne oder einen anderen Stern, und zwar entweder zur Zeit der Kulmination oder zur Zeit gleicher Höhen vor und nach der Kulmination.

a) Wenn die Sonne kulminirt, so ist sie ja im Meridiane, und der auf eine Horizontalebene fallende Schatten eines senkrechten Fadens giebt die Mittagslinie an. b) Die Sonne wirft bei gleichen Höhen vor und nach ihrer Kulmination gleich lange Schatten von demselben Gegenstande. Wird daher auf einer Horizontalebene ein Stift senkrecht aufgestellt, und werden um den Treffungspunkt desselben mit der Ebene konzentrische Kreislinien gezogen, so giebt die Halbirungslinie eines jeden Winkels, den zwei gleich lange, also mit ihren Enden denselben Bogen treffende Schatten bilden, die Mittagslinie. Je zwei gleich lange Schatten gehören immer zweien Zeitmomenten zu, welche von der Kulminationszeit der Sonne, vom Mittage, gleich weit abstehen, z. B. 10 Uhr VM. und 2 Uhr NM. 11 Uhr und 1 Uhr u. s. w. c) Das nach einem Sterne im Augenblick seiner Kulmination gerichtete Fernrohr hat seine Axe im Meridiane liegen, zwei Perpendikel aus Punkten derselben auf eine Horizontalebene treffen daher zwei Punkte der Mittagslinie und bestimmen sie also d) Man bedient sich der korrespondirenden Höhen, g. h. gleicher Höhen desselben Gestirnes vor und nach seiner Kulmination. Bestimmt man nämlich beide Male die Durchschnittlinie des Scheitelkreises des beobachteten Sternes mit einer Horizontalebene, mittelst aus der Axe des Fernrohres herabhängender Lothe, so giebt die Halbirungslinie des von den Durchschnittslinien gebildeten Winkels die Mittagslinie an.

Ist nun die Mittagslinie für einen Ort gezogen, so kann man auch mit ihrer Hilfe die Polhöhe finden, weil man die Höhe (H) der Sonne zur Zeit der Kulmination bestimmen kann. Ist in der Mittagslinie ein senkrechter Stift aufgestellt, so wird dessen Schatten im Augenblicke der Kulmination der Sonne in die Mittagslinie fallen; ist seine gemessene Länge l, die gemessene Höhe des Stiftes h, und ist der h gegenüberliegende und H messende Winkel w, so ist

$$\frac{h}{l} = \operatorname{tg} w \text{ oder } \operatorname{tg} H = \frac{h}{l}$$

Aus H ergiebt sich dann nach (2, b) die Aequatorhöhe und aus dieser die Polhöhe. Bedient man sich statt des Stiftes einer senkrechten Ebene mit einer kleinen Oeffnung, durch welche ein Lichtstrahl fallen kann, welcher durch einen hellen Punkt seinen Treffungspunkt mit der Horizontalebene bezeichnet, so tritt die Entfernung dieses Punktes, wenn er in die Mittagslinie fällt, von der senkrechten Ebene an die Stelle der Länge des Schattens.

§. 17. Die Parallelkreise der Erde müssen nach stereometrischen Gründen mit der Entfernung vom Aequator oder, was dasselbe ist, mit der Annäherung an die Pole immer kleiner werden. (G. §. 355, II.) Aus dem Erdradius (R) und der geographischen Breite (b) eines Ortes läßt sich leicht der Radius, die Peripherie und die Fläche seines Parallelkreises, mithin auch das Verhältniß dieser Größen zu den gleichnamigen des Aequators finden. Ist in Fig 11 aq der Aequator, nasq des Ortes p Meridian, pk sein Parallelkreis, also ns die Axe für aq und pk (G. §. 363, I) und po (r) ⌗ am (R) (G. §. 300), so ist, wenn noch pm hinzugedacht wird, die Breite pa (b) das Maaß von $x = y$, und es steht:

$$po = pm \, . \cos y \quad \text{oder } r = R \, . \cos b$$

$$\text{und } r' = R \, . \cos b'$$

für einen anderen Ort als p, also:

$$r : r' = \cos b : \cos b'$$

d. h. die Radien der Parallelkreise verhalten sich zu einander wie die Kosinusse ihrer Breiten, woraus denn nach planimetrischen Gründen folgt, daß sich die Peripherien der Parallelkreise ebenfalls wie die Kosinusse, ihre Fläche aber wie die Quadrate der Kosinusse der Breiten zu einander verhalten. Bei dieser Vergleichung ist der Aequator selbst als ein Parallelkreis zu betrachten, dessen Breite = 0, mithin der Kosinus = 1 ist. Denken wir uns den Aequator und einen Parallelkreis in der Breite b, so sind:

ihre Radien R und $R \cos b$

ihre Peripherien $2R\pi$ und $2R\pi \, . \cos b$

ihre Flächen $R^2\pi$ und $R^2\pi \, . \cos b$

es wird daher, wenn der Umfang des Aequators 5400 geogr. Meilen beträgt,

eines Wendekreises Peripherie $= 5400 \, . \cos 23\frac{1}{2}^0$

die Länge eines Grades $= 15 \, . \cos 23\frac{1}{2}^0$

so wie die Länge des Grades eines Polarkreises $= 15 \, . \cos 66\frac{1}{2}^0$ u. s. w.

III. Von der Größe der Erde.

§ 18. Die Hauptgrößen, welche hier bei der kugelförmigen Erde zu bestimmen sind, sind ihr Radius, ihr Umfang, ihre Oberfläche und ihr kubischer Inhalt, welche nach mathematischen Gründen bekannter Weise in solchem Zusammenhange stehen, daß aus jeder derselben sehr leicht die

übrigen berechnet werden können. (r, $2r\pi$, $4r^2\pi$, $\frac{4}{3}r^3\pi$). Die unmittelbare Messung einer dieser Größen ist aber unmöglich, was für den Radius, die Oberfläche und den Kubikinhalt von selbst einleuchtet, für den Umfang aber auch leicht einzusehen ist. Die Peripherie eines jeden größten Kugelkreises giebt zwar den Umfang der Kugel selbst an, z. B. die eines Erdmeridianes den Umfang der Erde; aber die Messung mittelst Maaßstäben und Meßketten eines ganzen Meridianes, ist theils wegen vieler Naturhindernisse, wie Berge Wasser, Moräste u. s. w., theils wegen der Ungewißheit, ob man auch nicht von dem Meridiane abgewichen sei, unmöglich. Zum Glück ist aber zur Beantwortung aller hieher gehörenden Fragen die Messung eines ganzen Meridianes nicht nothwendig, sondern die eines kleinen Theiles desselben, also eines Meridianbogens von wenigen Graden, zureichend. Weiß man nämlich die Anzahl der Grade eines Bogens (g) und ist seine Länge (l) nach einem bekannten Maaße z. B. nach Meilen ausgedrückt, so muß die gesuchte Länge der Peripherie (L), die gemessene Länge des Bogens so oft Male übertreffen, als oft die Anzahl der Grade der Peripherie d. i. 360° die Anzahl der Grade des Bogens übertrifft, oder:

$$L : l = 360 : g, \text{ also } L = 360 \cdot \frac{l}{g}$$

oder man sagt: ist eines Bogens Länge l, enthält er g Grade, so ist die Länge Eines Grades $\frac{l}{g}$, also die ganze Peripherie oder $L = 360 \cdot \frac{l}{g}$

Hiernach ist nur nöthig zu bestimmen, wie viele Grade ein Meridianbogen, dessen Länge durch Messung gefunden worden ist, enthalte, oder, was dasselbe ist, wie groß der Winkel sei, den die Erdradien nach den Endpunkten des Bogens im Mittelpunkte der Erdkugel bilden. Diese Bestimmung ist aber astronomischer Natur, daher die Größe der Erde nur durch astronomische Beobachtungen in Verbindung mit mathematischen Messungen auf der Erde selbst ermittelt werden konnte.

§ 19. Stellt nun in Fig. 12 der größere Kreis einen Durchschnitt der Himmelskugel durch die Weltaxe NS und der kleinere den entsprechenden Durchschnitt der Erdkugel, so ist die letztere Kreislinie der Erdmeridian für alle auf

ihm liegenden Orte. Sind Z' und Z die Zenithe der Orte z' und z, werden die Polzenithdistanzen Z'N und ZN gemessen, so giebt deren Differenz den Bogen Z'Z, wodurch auch der diesem Himmelsbogen konzentrische und an Graden gleiche Erdbogen z'z, dessen Größe ja gesucht wird, gegeben ist. Enthielte nun der Bogen z'z etwa 2 Grade, so würde der Umfang der Erde, weil 2 der 180. Theil von 360 ist, das 180fache der gemessenen Länge betragen. Die hierzu nothwendige Länge des Bogens kann nun entweder unmittelbar mittelst Meßruthen gefunden werden, was immer schwierig und in vielen Gegenden sogar unmöglich ist, oder man bedient sich der von dem Holländer Snellius angegebenen Triangel-Verbindungen oder des Triangulirens, wobei nur Winkel und eine beliebig aber zweckmäßig liegende Linie gemessen, der Bogen selbst aber berechnet wird.

Die Berechnung gründet sich darauf, daß wenn mehre Dreiecke so neben einander liegen, daß je zwei benachbarte eine Seite gemeinschaftlich haben, die Kenntniß aller Winkel und einer einzigen Seite zureiche, auf rechnendem Wege alle übrigen Seiten der Dreiecke zu bestimmen. Ist z. B. in Fig. 12 außer allen Winkeln auch die Seite ab bekannt, so steht ja im Dr. I

$$ab : ac = \sin x : \sin x' \text{ so wie } ab : bc = \sin x : \sin (x + x')$$

$$\text{also } ac = \frac{ab \, . \, \sin x'}{\sin x} \quad \text{und} \quad bc = \frac{ab \, . \, \sin (x + x')}{\sin x}$$

Da man jetzt im Dr. II außer den gegebenen Winkeln auch die Seite bc kennt, so findet man eben so:

$$dc = \frac{bc \, . \, \sin y'}{\sin (y + y')} = \frac{ab \, . \, \sin (x + x') \, . \, \sin y'}{\sin x \, . \, \sin (y + y')} \text{ u. s. w.}$$

Zieht man nun in der Zeichnung die ag, so wird sich diese berechnen lassen, wenn noch der Winkel gegeben ist, welchen sie mit einer der zusammentreffenden Seiten ab, ac, eg, fg bildet, z. B. mit ac den Winkel z. Zieht man durch c und e Parallellinien zur ag und in a, c, e und g Perpendikel auf sie, wie es die Figur angiebt, so erhält man die rechtwinkligen Dreiecke, ahc, cke und egm, welche zur Bestimmung der ag führen, denn:

$$\begin{aligned} ag &= an + no + og \\ &= hc + ke + em \\ & ac \, . \, \cos z + ce \, . \, \sin v + eg \, . \, \cos w \end{aligned}$$

wobei v und w leicht zu finden sind, da v die mit dem Bogen verbundenen anstoßenden bekannten Winkel zu 3R, w aber die mit dem Bogen verbundenen zu 2R ergänzt.

Wären in Fig. 13 die ab und sämmtliche Winkel der Dreiecke abc, abd, bde, def u. s. w. gegeben, und sollte ein Theil der cg bestimmt werden, so müßten die Seiten der Dreiecke auf die vorhin gezeigte, der gesuchte Theil der cg aber auf folgende Art berechnet werden. Da im Dr. abc die bc gefunden werden kann, x unmittelbar und x' als Differenz der zwei markirten gegebenen Winkel bekannt sind, so steht für die ch im Dreiecke cbh

$$ch : cb = \sin x' : \sin (x + x'), \text{ also } ch = \frac{cb \, . \, \sin x'}{\sin (x + x')}$$

Da ferner im Dr. hbk die hd als die Differenz der bd, welche aus dem Dr. abd, und der bh, welche aus dem Dr. cbh gefunden werden kann, und y′ gegeben sind, y aber = 180° — x — x′, so läßt sich auch hk finden; es steht nämlich:

$$hk : hd = \sin y' : \sin (y + y'),\ \text{also}\ hk = \frac{hd \cdot \sin y'}{\sin (y + y')}$$

Für km steht:

$$km : ke = \sin z' : \sin (z + z'),\ \text{also}\ km = \frac{ke \cdot \sin z'}{\sin (z + z')}\ \text{rc.}$$

$$\text{also}\ cm = \frac{cb \cdot \sin x'}{\sin (x + x')} + \frac{hd \cdot \sin y'}{\sin (y + y')} + \frac{ke \cdot \sin z'}{\sin (z + z')}\ \text{rc.}$$

Die Anwendung des Vorgetragenen auf die wirkliche Messung eines Meridianbogens ist leicht, wenn man sich z. B. in der letzten Figur unter cg den zu messenden Meridianbogen, unter ab eine in der Nähe des Meridianes angenommene Basis, welche ohne Schwierigkeit mit der Meßkette gemessen werden kann, und unter b, e, f u. s. w. irdische um den Meridian so herumliegende Punkte denkt, daß d von a und b, e von b und d u. s. w. gesehen, also die Winkel bac und abd, dbe und bde u. s. w. gemessen werden können. Den zur Auflösung noch nöthigen Winkel x, den der Meridian mit bc bildet, verstehen die Astronomen zu bestimmen. Die Punkte a, b, c, d, e, f werden, um sicher visiren zu können, durch aufgestellte Stangen, Bäume, zur Nachtzeit durch Feuer, ausgezeichnet, und außerdem wird auf ihre Erhöhung über der Meeresoberfläche gehörig Rücksicht genommen, damit die verschiedenen Dreiecke, welche immer gegen einander geneigt sind, auf eine Horizontalebene reduzirt werden können. Wiewohl diese Dreiecke eigentlich sphärische Dreiecke sind, so können sie doch, wenn die Seiten nicht über 15 Meilen lang sind, als ebene betrachtet werden. Da aber die Winkel eines sphärischen Dreieckes immer größer als zwei, aber kleiner als sechs Rechte sind, so erhält man auch immer für die Winkel eines solchen auf den Horizont reduzirten Dreieckes mehr als zwei Rechte; man theilt den Ueberschuß über zwei Rechte in drei gleiche Theile, und zieht von jedem Winkel dieses Drittheil ab, und nachdem hierdurch die Summe der Winkel auf zwei Rechte zurückgeführt worden ist, wird die Berechnung des Dreieckes selbst vorgenommen.

§ 20. Bestimmt man nun im Voraus, daß jeder Grad eines größten Erdkreises funfzehn geographische Meilen enthalten soll, so ist die Hauptaufgabe bei diesen Messungen, die Länge einer solchen geographischen Meile nach bekannten Maaßen, wie Toisen, Fuße u. s. w. zu bestimmen. Solche von den geschicktesten Astronomen unternommene Messungen ergaben das Resultat, daß jede geographische oder deutsche Meile 3807,09 Toisen oder 22842,54 Pariser Fuße oder 236421 rheinländische Fuße enthalte (29 P. F. etwa = 30 Rh. F.). Die folgende hierauf sich gründende Berechnung ist nun nach geometrischen Gründen leicht zu verstehen.

Umfang der Erde $= 360 \,.\, 15$ Meilen $= 5400$ Meilen

Ihr Durchmesser $= \frac{p}{\pi} = \frac{5400}{3,1415} =$ num. log 3,2352567

$= 1718,9$ fast $= 1719$ Meilen, also

Ihr Halbmesser $= \frac{d}{2} = 859,5$ Meilen

Ihre Oberfläche $= 4r^2\pi = d^2\pi = 1719^2 \,.\, 3,1415$

$=$ num . log . 6,9676889 $= 9283010$ Quad. M.

Ihr Kubikinhalt $= \frac{4r^3\pi}{3} = \frac{d^3\pi}{6} = \frac{1719^3 \,.\, 3,1415}{6}$

$=$ num . log . 9,4248135 $= 2659583000$ Kub. Meilen.

Ist in Fig. 15 NS die Erdaxe, sind EG, BD, AQ u. s. w. die einander parallelen Durchschnittslinien der Polarkreise, Wendekreise und des Aequators mit dem durch ihre gemeinschaftliche Axe NS gelegten Schnitte ANQS, also auch zugleich die Diameter jener Kreise, und nennen wir die von den Wendekreisen begränzte Zone H, die in jeder Halbkugel vom Wende- und Polarkreise eingeschlossenen G, so wie jede Endzone K, so ergeben sich für deren Flächen, welche nach der Formel $2R\pi \,.\, h$ (G. § 390) berechnet werden, folgende Resultate:

CM $=$ BM . CBM, hier also CM $= R \,.\, \sin 23^\circ\, 30^\circ$

mithin $H = 2 \,.\, 2R\pi \,.\, CM = 4R^2\pi \,.\, \sin 23^\circ 30$

$= D^2\pi \sin 23^\circ\, 30$

$=$ num . log 6,5683886

$= 3701593$ Q. M.

Ferner ist FM $=$ EM . sin FEM $= 859,5 \,.\, \sin 66^\circ\, 30^\circ$

also $G = 2R\pi \,.\, FM - 2R\pi \,.\, CM = 859,5^2 \,.\, 6,283 \,.\, \sin 66^\circ\, 30' - 1850796$

$=$ num . log 6,6290567 $- 1850796$

$= 4256540 - 1850796 = 2405744$ Q. M.

Endlich ist K $=$ halbe Oberfl. $- 1840696 - 2405744$

also $K = 4641505 - 4256540 = 284965$ Q. M.

Ueberhaupt ist: $H = 1719^2\pi \,.\, \sin 23\tfrac{1}{2}{}^\circ$

$2G = 1719^2\pi\,(\sin 66\tfrac{1}{2}{}^\circ - .\, \sin 23\tfrac{1}{2}{}^\circ)$

$2K = 1419^2\pi\,(1 - \sin 66\tfrac{1}{2}{}^\circ)$

$H + 2G + 2K$ oder Oberfl. $= 1719^2\pi$.

IV. Von der täglichen Bewegung der Erde um ihre Axe.

§ 21. Die Erde hat eine doppelte Bewegung, nämlich eine tägliche um ihre Axe, und eine jährliche im Weltraume um die Sonne, also eine Axendrehung (Rotation) und eine fortschreitende Bewegung. Die Erde stellt sich uns nach der ersten sinnlichen Einwirkung als eine Ebene dar; untersucht aber die Vernunft das Wesen mancher Erd- und Himmelserscheinungen, so ergiebt sich ungezwungen und ungesucht von selbst der Schluß: die Erde hat Kugelform. Eben so ist es bei den Bewegungen der Himmelskörper; bleiben wir dabei stehen, was sich unseren Augen darbietet, ohne uns um den näheren Zusammenhang und das Eingreifen des Einzelnen in das Ganze zu kümmern, so werden wir als Leichtgläubige betrogen, und sagen z. B. hier mit denen, welche sich mit dem Zeugnisse der Augen begnügen, es giebt eine tägliche Bewegung des ganzen Himmels von Osten nach Westen, und eine jährliche Bewegung der Sonne in entgegengesetzter Richtung um die ruhende Erde. Wie sich nun aus der scheinbaren täglichen Bewegung des Himmels um die Erde eine wahre tägliche der Erde um ihre Axe, und aus der scheinbaren jährlichen Bewegung der Sonne um die Erde eine wahre jährliche der Erde um die Sonne nothwendig ergiebt, sollen die folgenden Paragraphe deutlich machen.

§ 22. Die uns bereits bekannte tägliche Bewegung sämmtlicher Gestirne in Kreisen um die Weltpole von Osten nach Westen, läßt sich, wenn man diese Erscheinung blos an sich betrachtet, auf zwei Arten gleich bequem erklären; entweder bewegt sich die ganze Himmelskugel mit ihren Sternen um die ruhende Erde in 24 Stunden von Osten nach Westen, oder die Erde bewegt sich in derselben Zeit von Westen nach Osten um ihre Axe, während die Himmelskugel mit ihren Sternen ruhend bleibt. Stellt in Fig. 16 der kleinere Kreis die Erde, der größere den Himmel vor, ist links Osten, also rechts Westen, des Ortes o beständiger Horizont aber HO, so werden, wenn die Erde still steht und der Himmil sich von Osten nach Westen, also in der Richtung H'' H' H dreht, für o die Sterne sichtbar werden oder aufgehen, wenn sie bis H in Osten gelangt sind, und sichtbar bleiben, so lange sie, die Richtung ihrer Bewegung behaltend, über HO sind, in O aber in Westen

verschwinden oder untergehen; auf diese Weise würden alle Himmelspunkte vor den festen Erdpunkten in der Richtung von Osten nach Westen vorübergehen. Steht der Himmel still und bewegt sich die Erde von Westen nach Osten, also in der Figur in der Richtung OO'O", so wird des Beobachters Horizont in jedem Augenblicke ein anderer. In o ist sein Horizont **HO** und die Sterne sind ihm in **H** im Aufgange, in **O** im Untergange; gelangt der Beobachter durch die Axendrehung der Erde aus o nach o', also sein Horizont aus **HO** in **H'O'**, so sind die Sterne, die ihm, da er in o war, in **H** aufgingen, über seinem jetzigen Horizonte um den Bogen **H'H**, so wie die, welche dort in o untergingen, um den Bogen **O'O** unter seinem jetzigen Horizonte; auf diese Weise würden alle Erdpunkte vor den festen Himmelspunkten in der Richtung von Westen nach Osten vorübergehen, diese aber doch, da der bewegliche Horizont sich von den westlichen Sternen entfernt und den östlichen sich nähert, mit einer Bewegung von Osten nach Westen versehen erscheinen. Beide Annahmen — Ruhe der Erde und Axendrehung des Himmels von Osten nach Westen, oder Ruhe des Himmels und Axendrehung der Erde von Westen nach Osten — sind gleich geeignet, die tägliche Bewegung der Gestirne zu erklären; den Beweis aber, daß in der Wirklichkeit nur das Letztere stattfindet, wollen wir nun führen.

1. Wahrscheinlichkeitsgründe für die Rotation der Erde.

§. 23. Die unzählig vielen Gestirne am Himmel, welche wie an derselben Hohlkugel befestigt und mithin in gleichen Entfernungen von uns erscheinen, sind dennoch, wie die Astronomen beweisen, verschieden weit entfernt, was oft leicht einzusehen ist. Der Mond bedeckt z. B. zuweilen die Sonne, Planeten und einzelne Fixsterne, die Planeten bedecken Fixsterne, die Planeten Merkur und Venus gehen zuweilen vor der Sonnenscheibe vorüber, und die Folgerung aus solchen Beobachtungen in Bezug auf die Entfernungen der Himmelskörper kann nur die sein, daß uns der Mond näher als die Sonne, die Planeten und die Fixsterne ist u. s. w. Setzen wir die Entfernung des Mondes von der Erde auf 52,000, die der Sonne auf 21 Millionen Meilen, und die des nächsten Fixsternes (vielleicht des Sirius) nur auf 4 Billionen Meilen, so würden bei der täglichen Bewegung des Himmels diese Himmelskörper Kreislinien beschreiben,

deren Radien jene Entfernungen wären, und wir erhielten, als den Weg in einer Secunde, d. i. als das Maaß der Geschwindigkeit, hier nach der Formel $\frac{2r\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60}$, für den Mond über 3,7, für die Sonne über 1527, und für den nächsten Fixstern über 290 Millionen Meilen. Schon diese Geschwindigkeit, die der nächste Fixstern haben müßte, wenn er in je 24 Stunden einen Umlauf um die Erde machen sollte, übersteigt alle unsere Begriffe, wenn uns auch sonst schon die erstaunliche Geschwindigkeit des Lichtes von 40000 Meilen bekannt ist, und doch wäre sie in Vergleich mit der Geschwindigkeit der entlegeneren Fixsterne nur klein zu nennen. Suchen wir dagegen die Schnelligkeit zu bestimmen, welche bei der Rotation der Erde Punkte auf ihr haben müßten, so finden wir Resultate, welche, indem sie nicht außerhalb der Grenzen unserer Erfahrung liegen, sehr ansprechend sind. Wenn die Erde eine Axendrehung hat, so haben nicht alle Punkte auf derselben gleiche Geschwindigkeit; offenbar bewegen sich die Aequatorialpunkte, als einem größten Erdkreise zugehörend, am schnellsten, die übrigen aber desto langsamer, einem je entfernteren Parallelkreise, die ja immer kleinere Erdkreise sind, sie zugehören. Die Aequatorialgeschwindigkeit, als die größte bei der Rotation der Erde, ist nun $\frac{5400}{24 \cdot 60 \cdot 60} = \frac{1}{16}$ Meile $= \frac{22842{,}54'}{16} =$ etwa 1428 Fuß, was nicht einmal um die Hälfte die Geschwindigkeit des Schalles, welche durchschnittlich auf 1050 Fuß angenommen werden kann, übertrifft, von jener der Sonne aber 24448 Mal, wegen $\frac{1}{16} : 1528 = 1 : 24448$, übertroffen wird. Wenn schon diese Vergleichung uns für die Rotation der Erde stimmt, so muß das noch im vermehrten Maaße geschehen, wenn wir bedenken, wie sonderbar es wäre, wenn die so verschieden entfernten Gestirne ihre so äußerst ungleich großen Bahnen in genau derselben Zeit, in 24 Stunden, zurücklegten, vorzüglich da sie uns die Astronomen von ungleicher Größe angeben, so daß sich z. B. die Sonne, welche den Mond in der Entfernung von uns mehr als 400 Mal, an Größe aber an 75 Millionen Mal übertrifft, ihn auch an Geschwindigkeit bei dieser täglichen Bewegung um die Erde mehr als 400 Mal übertreffen müßte. Auch ist es zu unglaublich, daß so außerordentlich große Himmelskörper wie die Sonne, die $1\frac{1}{2}$ Millionen Erdkörpern gleich ist, sich um die so kleine Erde bewegen und also durch sie in ihrer Bewegung bestimmt werden soll-

ten; ja nach dem Gesetze der Gravitation ist dieses unmöglich. Hierzu kommt, daß von den Ebenen, in denen sich die Bahnen der Gestirne bei der täglichen Rotation des Himmels um die Weltaxe befinden, nur sehr wenige die Erde selbst treffen und streng genommen nur eine einzige durch den Mittelpunkt geht, die allermeisten aber, ja fast alle, da die Anzahl der Ausnahme machenden verschwindend ist, ohne alle Beziehung zur Erde sind. Bewegten sich alle Gestirne in größten Kugelkreisen, so wäre für alle der Mittelpunkt der Erde auch der Mittelpunkt ihrer Bewegung; da sie sich aber in einander parallelen auf der Weltaxe senkrechten Kreisen bewegen, so müssen auch die Mittelpunkte der Bewegung in der Weltaxe, dieser nur gedachten Linie, liegen, und aller anziehenden Materie entbehrende Punkte würden daher, den Gravitationsgesetzen zuwider, die Bewegung der Himmelskörper bestimmen, wobei sie auch nach den Polen zu immer schwächer wirken müßten, da sich ja die Gestirne desto langsamer bewegen, je näher sie den Polen liegen; es fehlen also den Sternbahnen die nothwendigen Mittelpunkte der Bewegung. Fassen wir dieses Alles zusammen, so würden wir sagen: die alle unsere Vorstellung übertreffende Geschwindigkeit, mit welcher sich bei der Bewegung des Himmels die Gestirne ungeachtet ihrer außerordentlichen Größe, verglichen mit der Geschwindigkeit der Erdbewegung, bewegen müßten, dabei die völlige Uebereinstimmung in der Zeit eines Umlaufes bei allen Gestirnen und endlich der Mangel eines Mittelpunktes der Himmelsbewegung, machen uns diese unwahrscheinlich, die Erdbewegung dagegen wahrscheinlich.

2. Eigentliche Beweise der Rotation der Erde.

Die bisher gewonnene Wahrscheinlichkeit von der Rotation der Erde von Westen nach Osten wird zur völligen Gewißheit gesteigert.

A. Durch die vorhandene Abplattung der Erde an ihren Polen, was sich besonders beweisen läßt.

a. Aus der mittelst Pendelbeobachtungen erwiesenen Abnahme der Schwere vom Aequator nach den Polen hin.

b. Aus vorgenommenen Meridiangradmessungen.

B. Durch die östliche Abweichung der aus bedeutenden Höhen fallenden Körper.

A. Beweis der Rotation der Erde aus ihrer Applattung an den Polen oder aus ihrer sphäroidischen Gestalt.

§. 24. Es ist eine physikalische Thatsache, daß durch Bewegung eines Körpers in einer Kreislinie in allen seinen Theilen ein Bestreben erzeugt wird, den Mittelpunkt der Kreisbahn zu fliehen. Diese erst durch die Bewegung im Körper hervorgebrachte und mit der Schnelligkeit derselben an Größe zunehmende Kraft, nennen wir Schwungkraft, Fliehkraft, Zentrifugalkraft (Ph. §. 76); sie ist es, welche, um nur zwei Beispiele anzuführen, sowohl den Faden eines mittelst desselben in einer Kreislinie geschwungenen Steines anspannt und wenn er losgelassen wird, den Stein weit hin in der Tangente wegtreibt, als auch einer weichen Thonkugel, wenn sie auf eine Töpferscheibe gelegt und diese in schnelle Bewegung gesetzt wird, die Kugelform benimmt, und ihr, indem die mittleren Theile weiter heraustreten, also der horizontale Diameter größer wird als der perpendikulare, die Gestalt eines Ellipsoids giebt, wodurch sie an den Enden des perpendikularen Diameters abgeplattet erscheint. Daß die Erde einmal in einem flüssigen oder wenigstens weichen Zustande war, geht theils aus ihren Lagerungsschichten, theils aus den auf den höchsten Gebirgen sich vorfindenden Petrefakten deutlich hervor. Newton schloß nun: Wenn die Erde an ihren Polen abgeplattet ist, so hat sie eine Axendrehung. Die Ermittelung der Abplattung oder Nichtabplattung der Erde, oder die Ermittelung der Gleichheit oder Ungleichheit ihres Polar- und Aequatorialdurchmessers geschah nun besonders auf zwei Wegen; nämlich durch die Untersuchung der Schwere auf verschiedenen Stellen der Erdoberfläche und durch unmittelbare Messung eines Meridiangrades in der Nähe des Aequators und in der Nähe eines Poles.

§. 25. a. **Beweis der Abplattung der Erde aus der Zunahme der Schwere vom Aequator nach den Polen zu.** Die Schwere ist uns aus der Physik als die Anziehungskraft bekannt, mit welcher die Erde auf alle Körper wirkt, dieselben sich nähert und zwar stets in senkrechter Richtung gegen ihre Oberfläche und also in gerader nach ihrem Mittelpunkte, weshalb dieser als der Sitz der Schwerkraft betrachten wird. Sie wirkt nach dem Newtonschen Gravitationsgesetze im geraden Verhältnisse der Masse des anziehenden und im umgekehrten quadratischen Verhältnisse der Entfernungen der angezogenen Körper (Ph. §. 25.)

Ergeben nun die Messungen der Stärke der Schwere auf der Oberfläche der Erde überall dasselbe Resultat, so folgt daraus, daß alle Punkte der Erdfläche vom Mittelpunkte gleich weit entfernt sind, die Erde selbst also eine vollkommene Kugel ist; ergeben aber diese Messungen ein Zunehmen der Stärke der Schwere vom Aequator nach den Polen, wie das wirklich der Fall ist, so folgt daraus, daß die Polargegenden dem Mittelpunkte der Erde näher als die Aequatorialgegenden sind, daß die Erde mithin eine an den Polen abgeplattete Kugel ist, so wie uns das entgegengesetzte Resultat dieser Messungen auch auf die entgegengesetzte Form der Erde schließen ließe. Woher aber diese Abnahme der Schwere und die durch sie bedingte Abplattung? von einer ihr feindlich entgegenwirkenden, sie vermindernden Kraft, welche an Stärke vom Aequator nach den Polen zu abnimmt, mithin von der Schwere selbst, die wir uns ursprünglich überall gleich stark zu denken haben, vom Aequator nach den Polen immer mehr und mehr übrig läßt. Diese der Schwere entgegenwirkende Kraft ist die Schwungkraft, welche aber nur ein Erzeugniß der Bewegung der Erde ist. Da bei der Rotation der Erde die Aequatorialpunkte, als der Peripherie eines größten Erdkreises zugehörend, sich am schnellsten bewegen, die anderen Punkte aber desto langsamer, auf cinem je entfernteren Parallelkreise sie liegen, und die Pole sich gar nicht bewegen; so muß die Schwungkraft vom Aequator nach den Polen zu an Stärke abnehmen, indem sie dort ihr Maximum, hier ihr Minimum = o hat, und die Schwere muß mithin in derselben Richtung an Stärke zunehmen, da sie am Aequator die größte Verminderung, an den Polen aber gar keine erleidet. Aus der Zunahme der Schwere vom Aequator nach den Polen folgt also die Abplattung der Erde an den Polen, und aus dieser Abplattung die Axenbewegung der Erde.

§. 26. 1) Zur Beurtheilung der Fliehkraft verschiedener Punkte der Erde und der durch sie hervorgebrachten Verminderung der Schwere dient folgende theoretische Betrachtung. Da die Axenbewegung der Erde eine gleichförmige Bewegung ist, und alle Punkte der Erde ihre zugehörigen Kreislinien in derselben Zeit, in 24 Stunden, beschreiben, so verhalten sich ihre Geschwindigkeiten (C, c) wie die Räume (Ph. §. 33), d. h. wie die zugehörigen Peripherien ihrer Parallelkreise, mithin auch wie ihre Radien, mithin endlich auch wie die Kosinusse der Breiten (B, b) (§. 17) also:

$$C : c = \cos B : \cos b$$

Folgerung; Für $B = 0$ also $C = \frac{1}{16}$ Meile, und $b = 60°$ steht $\frac{1}{16} : x = 1 : \frac{1}{2}$, also $x = \frac{1}{32}$ Meilen, c. h. bei der Axenbewe-

gung der Erde bewegen sich die Punkte der Parallelkreise unter 60° Breite halb so schnell als die Aequatorialpunkte, also mit etwa 714 Fuß Geschwindigkeit.

2) Wenn ein Körper im Kreise sich zu bewegen gezwungen ist, ist die Richtung der Schwungkraft, welche in der Tangente wirkt, auf der Richtung der Zentripetalkraft, welche immer im Radius wirkt, senkrecht. In der Zeit, in welcher in Fig. 17 A auf der Kreislinie bis D gelangt, hätte ihn die Schwungkraft auf der Tangente von A bis C gebracht, ihn also vom Mittelpunkte um DC entfernt, und DC, die Verlängerung des Radius BD bis zur Tangente, ist also das Maaß der Schwung- oder Fliehkraft. Daß aber jene Entfernung nicht statt findet, verhindert die Zentripetalkraft, mithin sind bei der Kreisbewegung an jeder Stelle die Schwungkraft und die Zentripetalkraft einander gleich, und das Maaß der einen ist also auch das Maaß der anderen. Zieht man nun DE senkrecht auf AC, DF senkrecht auf AG, und denkt sich den Bogen AD unendlich klein, so kann man DC = DE = AF und die Sehne AD (s) = Bogen AD (b) setzen, und es steht:

AF : AD = AD : AG (G. §. 141, III), d. h.

AF : s = s : 2r oder AF : b = b : 2r, also:

$$AF = \frac{b^2}{2r}$$

Heißt nun die Schwungkraft v, indem die Schwere als Einheit genommen wird, oder ist ihr Verhältniß zur Schwere v : 1, so treibt sie einen Körper in der Zeit t', in welcher er durch die Schwere den Raum gt² (Ph. §. 66) durchfällt, natürlich durch den Raum v . gt², welches hier AF ist, also:

$$v \cdot gt^2 = \frac{b^2}{2r}$$

Da aber wegen der gleichförmigen Kreisbewegung

$$C = \frac{S}{T}$$ (Ph. §. 33) ist, hier also

$$c = \frac{b}{t}$$ mithin $b^2 = c^2t^2$ so ist:

$$v \cdot gt^2 = \frac{c^2t^2}{2r}$$ also:

$$v = \frac{c^2}{2gr}$$

Für die Schwungkräfte zweier verschiedener Kreise steht daher:

$$V : v = \frac{C^2}{R} : \frac{c^2}{r}$$

d. h. die Schwungkräfte vehalten sich zu einander, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten dividirt durch die Radien der Kreislinien, in denen die Körper schwingen.

3) Wenden wir dieses allgemeine Gesetz auf die Parallelkreise der Erde an, so ist nach (1)

$C^2 : c^2 = \cos^2 B : \cos^2 b$ und

$R : r = \cos B : \cos b$ mithin

$V : v = \cos B : \cos b$ (2)

d. h. die Fliehkräfte der verschiedenen Punkte der Erde verhalten sich zu einander, wie die Kosinusse ihrer Breiten.

Da die Kosinusse abnehmen, indem die Bogen zunehmen, so muß nach diesem Gesetze die Fliehkraft mit der zunehmenden Breite abnehmen, von der Schwere also immer mehr übrig bleiben. Aber von nicht geringem Einflusse sind auch die Richtungen, in welchen bei der Erde die Schwerkraft und Fliehkraft gegen einander wirken. Die Schwerkraft eines Punktes der Erdoberfläche wirkt stets längs des zugehörigen Erdradius nach dem Mittelpunkte zu, die Fliehkraft desselben Punktes aber immer in seinem Parallelkreise von dessen Mittelpunkte, also von der Erdaxe senkrecht hinweg; hieraus folgt, daß nur bei den Aequatorialpunkten die Richtungen dieser gegen einander wirkenden Kräfte genau entgegen gesetzt sind, in allen übrigen Fällen aber Winkel bilden, daß also ferner dort die wegen der schnelleren Bewegung ohnehin größere Fliehkraft mit ihrer ganzen Stärke der Schwere entgegenwirkt, hier aber die ohnehin schwächere Fliehkraft noch einen Theil, weil sie gegen die Schwere schief wirkt nach physikalischen Gesetzen verliert. Die Schwere muß daher vom Aequator nach den Polen zu langsamer vermindert werden, als es die bloßen Kosinusse der Breiten angeben. Diese Gegenwirkung der Fliehkraft nach der Breite des Ortes zu bestimmen, sei in Fig. 16 dm die Fliehkraft (v) für den Ort d, dessen Parallelkreis zum Diameter dD hat, mw der Perpendikel auf den verlängerten Erdradius dB, so ist nach dem Parallelogramme der Kräfte (Ph. §. 40) wd = v' derjenige Theil der Fliehkraft dm, welcher wirklich in d der Schwerkraft entgegen wirkt; nun ist aber

$$wd : md = \sin m : 1$$ oder da

$$\sin m = \cos x = \cos y = \cos HD$$ ist, auch

$$wd : md = \cos b : 1$$

d. h. derjenige Theil der Fliehkraft, welcher der Schwerkraft wirklich genau entgegen wirkt, verhält sich zur ganzen Fliehkraft wie der Kosinus der Breite zur Eins, also:

$$v' : v' = \cos b : 1, \text{ d. h. } v' = v \,.\, \cos b$$

Für zwei Orte von verschiedener Breite steht daher:

$$\begin{aligned} V' : v' &= V \,.\, \cos B : v \,.\, \cos b \\ &= (V : v) + (\cos B : \cos b) \\ &= (\cos B : \cos b) + (\cos B : \cos b) \\ V' : v' &= \cos^2 B : \cos^2 b \end{aligned}$$

d. h. die Wirkungen der Fliehkräfte gegen die Schwere oder die Verminderungen der Schwere verhalten sich zu einander wie die Quadrate der Kosinusse der Breiten.

Folgerung. Für einen Aequatorialpunkt und einen Punkt, dessen Breite 60° ist, steht also

$$V' : v' = 1 : \tfrac{1}{4},$$

d. h. wenn sich auch ein Punkt von 60° Breite halb so schnell bewegt, als ein Aequatorialpunkt (§. 26, I), so ist doch dort die Verminderung der Schwere nur der vierte Theil von der am Aequator.

4) Wäre nun die Schwung- oder Fliehkraft auf dem Aequator bekannt, so ließen sich nach diesem Gesetze leicht die Einwirkungen der Fliehkräfte auf allen Punkten der Erde bestimmen, so bald ihre Breiten bekannt wären. Nun steht überhaupt Schwungkraft $= \frac{c^2}{2gr}$

Nun ist für den Aequator $c = \frac{1}{16}$ Meile $= 1427{,}6'$ und g nach Versuchen 15' 0'' 7,4''' $= 15{,}0513$ PF. und $r = 19631114$ PF., mithin ist:

$$\frac{c^2}{2gr} = \frac{(1427,6)^2}{2 \,.\, 19631114 \,.\, 15,0513} = \text{num log } 0,5376641 - 3$$
$$= 0,00034487' \text{ etwa} = 0,00345 \text{ aber}$$
$$\frac{1}{0,00345} = 289$$

d. h. auf dem Aequator ist die Schwere 289 Mal stärker als die Schwungkraft

Addirt man daher zu dem wirklichen Fallraume der ersten Sekunde auf dem Aequator dessen 289. Theil, so giebt die Summe den Raum, welchen ein Körper auf dem Aequator ohne Verminderung der Fliehkraft fallen würde, also 15,0513 + 0,0521 = 15,1034.

Folgerung. Die Einwirkung der Schwungkraft unter 60° Breite zu finden, steht

$0,0521 : x = 1 : \frac{1}{4}$, also $x = 0,013$.

§. 27. Was nun die wirkliche Untersuchung der Schwere auf verschiedenen Punkten der Erdoberfläche betrifft, so giebt uns die Physik zwar viele Wege an, ihre Zu- und Abnahme im Allgemeinen zu prüfen, aber nur einen, sie genau zu messen, nämlich mittelst des Pendels. Der Druck, welchen Körper auf Unterlagen ausüben, die Kraft, mit welcher sie einen Faden, an dem sie hängen, spannen, d. h. das Gewicht der Körper ist Folge der Schwere, mithin kann man aus dem Gewichte desselben Körpers an verschiedenen Orten auf die Schwere der letzteren schließen in der Art, daß dort die Schwere größer ist, wo der Körper mehr wiegt. Die Waage ist aber hierzu untauglich, da der als Gewicht gebrauchte Körper mit dem abzuwägenden Körper gleichen Gewichtsveränderungen ausgesetzt ist, die Waage also für den Körper überall, wiewohl sein Druck sich geändert haben könnte, unverändert dasselbe Gewicht angeben muß; aber drückt derselbe Körper in dieselbe weiche Masse, z. B. in Thon, eine desto größere Vertiefung, zerreißt derselbe Körper ein desto stärkeres Seil, dehnt derselbe Körper dieselbe Spiralfeder desto tiefer herab, je näher man einem Pole kommt, legt man über mehre in der Richtung vom Aequator nach einem Pole in bestimmten Entfernungen auf einander folgende Rollen ein Seil, deren Enden mit ganz gleichen Gewichten versehen worden sind, (wenn das sonst ausführbar wäre,) und das dem Pole nähere bewegte sich dennoch herab, so wären diese Erscheinungen Beweise von der Zunahme der Schwere in der Richtung vom Aequator nach den Polen. Eben so sind der freie Fall der Körper, der Fall auf der schiefen Ebene und die Pendelbewegung eine Folge der Schwere. Je größer der freie Fall der Körper an einem Orte ist, desto schneller rollen sie auf einer schie-

fen Ebene herab, und desto schneller schwingen sie im Pendel; auch rollt derselbe Körper auf derjenigen von zwei schiefen Ebenen schneller herab, deren Neigungswinkel der größere ist, weil da der ihn bewegende Theil der Erdschwere größer ist (Ph. §. 81), so wie an demselben Orte das kürzere Pendel schneller als das längere schwingt, weil die Schwingungszeit von der Zeit des freien Falles durch die Pendellänge abhängt. (Ph. § 94.). Wenn nun bei zunehmender Breite auf der Erde der freie Fallraum in einer bestimmten Zeit immer größer wird, derselbe Körper auf derselben Ebene (also nicht auf einer Ebene mit einem größeren Neigungswinkel) immer schneller herabrollt, und dasselbe Pendel (also nicht ein kürzeres) immer schneller schwingt, so sehen wir darin abermals einen Beweis von der Zunahme der Schwere vom Aequator nach den Polen zu. Auch ist leicht einzusehen, daß die Zunahme der Länge des Sekundenpendels mit der zunehmenden Breite eben so die Zunahme der Schwere anzeigt, und daß das Verhältniß der Sekundenpendellängen zweier Orte auch das Verhältniß der Intensitäten der Schwere derselben ist.

Die Länge des Sekundenpendels eines Ortes läßt sich aber finden, wenn man ein anderes beliebiges Pendel, dessen Länge genau gemessen, und dessen Schwingungen in einer bestimmten Zeit genau gezählt worden sind, zu Hilfe nimmt. Nennen wir T, t die Schwingungszeiten, L, l die Pendellängen und Z, z die Schwingungszahlen, so ist ja (Ph. §. 94)

$$\left.\begin{array}{l} T^2 : t^2 = L : l \text{ und} \\ T^2 : t^2 = z^2 : Z^2 \end{array}\right\} \text{ also } L : l = z^2 : Z^2$$

Ist L die bekannte Länge des Hilfspendels, Z die Anzahl der Schwingungen desselben in einer bestimmten Zeit, z. B. in einer Stunde, z die des Sekundenpendels, also für die Stunde 3600, so läßt sich ja l die Länge des Sekundenpendels leicht berechnen, nämlich

$$l = \frac{LZ^2}{z^2} \text{ also, wenn man es eine Stunde schwingen läßt}$$

$$= \frac{LZ^2}{3600^2}$$

Läßt man nun dasselbe Hilfspendel an zwei verschiedenen Orten gleich lange Zeit schwingen, so erhält man:

$$l : l' = \frac{LZ^2}{z^2} : \frac{LZ'^2}{z^2} = Z^2 : Z'^2$$

d. h. die Sekundenpendellängen an verschiedenen Orten verhalten sich zu einander wie die Quadrate der Anzahl von Schwingungen eines Pendels von beliebiger Länge an diesen Orten in gleichen Zeiten.

Beispiel. Macht irgend ein Pendel auf dem Aequator in einem Tage 86400, an einem anderen Orte aber 86600 Schwingungen in derselben Zeit, und ist auf dem Aequator das Sekundenpendel 439,21

Pariser Linien lang, so steht für die Länge des Sekundenpendels an dem anderen Orte

$439,21 : x = 86400^2 : 86600^2$ oder

$439,21 : x = 1 : 1,0046$ mithin

$x = 441,230366$ P. L.

Auch die Intensitäten der Schwere verhalten sich in diesem Falle wie 1 : 1,0046 oder wie 10000 : 10046, d. h. ein Körper, welcher auf dem Aequator einen Druck von 10000 Pfd. ausübt, drückt dort mit 10046 Pfd., also mit 46 Pfd. mehr.

Die Länge des einfachen Sekundenpendels beträgt nach genaueren Bestimmungen unter dem Aequator 3,0504, an den Polen 3,0664 Pariser Fuß, der Fallraum der ersten Secunde im luftleeren Raume dort 15,054, hier 15,132 Fuß, und heißt die Schwere dort Eins, so ist sie hier 1,005176.

§. 28. b. Beweis der Abplattung der Erde aus Meridiangradmessungen. Die Abplattung und mithin die Rotation der Erde bestättigen ferner die Meridiangradmessungen unter verschiedenen Breiten, wie sie zuerst von 1735 — 1744 am Aequator in Peru von Bouguer und Condamine, und in Lappland bei Tornea (von 65° 51′ bis 66° 48′ 30″) von Maupertuis und Celsius auf Kosten der französischen Regierung vorgenommen wurden, und unter denen die Gradmessungen der Franzosen Mechain und Delambre (1792 — 1798) von Dünnkirchen bis Barcellona, welche $9\frac{2}{3}$° umfaßten, und später durch Biot und Arago zu 12° 22′ 13,9″ bis Formentera noch erweitert wurden, besonders bemerkenswerth sind. Diese Messungen ergaben das Resultat, daß man in demselben Meridiane desto mehr als 15 Meilen fortgehen müsse, damit der Polarstern seine Höhe um Einen Grad ändere, je entfernter man vom Aequator ist, wo der Polarstern im Horizonte liegt; daß man überhaupt an den Polen eine größere Strecke als am Aequator gehen müsse, damit irgend ein Stern in demselben Meridiane seine Höhe um Einen Grad ändere, und schloß hieraus mit Recht, daß die Länge eines Meridianes an den Polen größer als am Aequator, die Erde also dort weniger als hier gekrümmt sei. Bouguer und Maupertuis z. B. geben einen Grad des Aequators = 56753, in der Breite von 66° 10′ aber = 57422 Toisen an, woraus eine Abplattung der Erde von $\frac{1}{216}$ folgt, d. h. der Aequatorialdurchmesser verhält sich zum Polardurchmesser oder zur Erdaxe wie 216 : 215. Die späteren genaueren Gradmessungen geben die Abplattung auf $\frac{1}{302,02}$ an, so daß die Abplattung an jedem Pole fast 3 Meilen beträgt, denn die Proportion 1719 : x = 302,02 : 301,02 giebt für x oder die Erdaxe etwas mehr als 1713 Meilen. Pendelbeobachtungen zufolge

scheint jedoch die Abplattung auf der südlichen Hälfte größer als auf der nördlichen zu sein. Ein mittlerer Breitengrad enthält 57008,715 Toisen, woraus für den Aequatorialdurchmesser sich 3271773,00 und für den Polardurchmesser 3260940,03 Toisen (Toise = 6 P. F.) ergeben. Bei der genaueren Bestimmung der Oberfläche und des Inhaltes der Erde kann man diese als eine Kugel betrachten, deren Durchmesser das arithmetische Mittel zwischen dem Aequatorial- und Polardurchmesser ist.

B. Beweis der Rotation der Erde aus der östlichen Abweichung der aus bedeutenden Höhen fallenden Körper.

§. 29. Läßt man Körper von bedeutenden Höhen herabfallen, wie es schon Newton 1679 angab, Hooke und Guglielmini nicht mit hinlänglicher Genauigkeit vornahmen, Benzenberg aber auf dem 1781 von Sonin erbauten, 456′ hohen Michaelisthurm zu Hamburg mit großer Vorsicht that, so fallen sie alle östlich von der senkrechten Falllinie zur Erde. Ruhete die Erdkugel, so würde ein von der Spitze des Thurmes fallender Körper senkrecht herabfallen, und wenn er weiter fallen könnte, den Mittelpunkt der Erde erreichen, da die Richtung seiner Bewegung allein von der Schwere abhinge; rotirt aber die Erde, so kann er nicht mehr senkrecht herabfallen, so wie die Richtungslinie seines Falles nicht mehr den Mittelpunkt treffen kann, weil nun die Richtung seiner Bewegung von zwei Kräften bestimmt wird, nämlich von der Schwere, welche ihn nach dem Mittelpunkte zieht, und von der die Erde um ihre Axe bewegenden Kraft, von welcher er, wie die Erde selbst, wie ihre Atmosphäre, der Thurm und alle übrigen Gegenstände auf ihr von Westen nach Osten getrieben wird. Es kann mithin seine Bahn nur durch das Parallelogramm der Kräfte bestimmt werden; würde die Spitze des Thurmes sich so schnell als sein Fuß bewegen, wie das der Fall wäre, wenn der Thurm auf einer ebenen Erde fortrückte, so müßte der Stein, wie wohl von zwei Kräften getrieben, dennoch genau am Fuße des Thurmes niederfallen, da er den Endpunkt der Diagonale, welcher er folgt, in demselben Augenblicke erreicht, in welchem der Fuß des Thurmes dahin gelangt; da aber die Spitze eine größere Peripherie als der Fuß in 24 Stunden beschreibt, sich also schneller nach Osten bewegt, so muß der Stein, wenn er auch, je tiefer er sinkt, in immer weniger schnell sich bewegende Atmosphärenschich-

ten gelangt, also die ihn nach Osten treibende Kraft immer schwächer wird, östlich vom Thurme niederfallen, weil bei der Konstruktion des Parallelogrammes die seinen östlichen Weg angebende Linie ein gewisses Mittel zwischen den Linien, welche die Wege der Spitze und des Fußes angeben, sein muß, also jedenfalls größer als der vom Fuße zurückgelegte Weg ist, während die Höhe des Thürmes selbst den Weg vorstellt, den der Körper, der Schwere allein folgend, in derselben Zeit zurücklegen würde. Nur in dem entgegengesetzten hier unmöglichen Falle, daß sich die Spitze des Thurmes langsamer als sein Fuß bewegte, könnte der Stein westlich auffallen, was die Gegner der Erdrotation (als diese noch bekämpft wurde) als aus derselben nothwendig folgend, schließen wollten, um sie dadurch, da die Erfahrung das Gegentheil zeigte, als ungereimt zu beweisen.

C. Gründe für die Rotation der Erde aus der Analogie und dem Phänomene der Ostwinde zwischen den Wendekreisen.

§. 30. 1) So wie man aus der Kugelgestalt der anderen unserer Erde so ähnlichen Himmelskörper auf ihre eigene Kugelgestalt schließen kann, so auch auf ihre Rotation aus der Rotation jener Körper. Diese rotiren aber, weil die Astronomen mittelst guter Fernröhre nicht nur die schon einmal erwähnte Bewegung (§. 3) der Flecken auf ihnen, sondern auch eine Abplattung an ihren Polen deutlich wahrnehmen, deren Größe ganz der durch die Schnelligkeit der Axenbewegung erzeugten Schwungkraft angemessen ist; so daß z. B. der Planet Jupiter, welcher unsere Erde an Größe über 1300 Mal übertrifft, dessen Rotation aber nicht volle 10 Stunden dauert, eine Abplattung an jedem Pole von etwa 670 Meilen hat, was den vierzehnten Theil seines Halbmessers ausmacht.

2) Auch die Passatwinde, d. i. die beständigen Ostwinde zwischen den Wendekreisen, der Nordostwind in der nördlichen, der Südostwind in der südlichen Erdhälfte, sind ein Beweis für die Rotation der Erde von Westen nach Osten, indem sie sich aus ihr und der ungleichen Erwärmung der Luft in den Polar- und Aequatorialgegenden vollkommen gut erklären lassen. Zwischen den Wendekreisen wird die Luft am stärksten erwärmt, spezifisch leichter geworden erhebt sie sich, während die benachbarte kältere, also auch dichtere Luft in der nördlichen und südlichen Erdhälfte in die von

ihr zum Theil verlassenen und deshalb luftverdünnten Räume eindringt; so entstehen zwei Luftströme in jeder Halbkugel der Erde, nämlich eine Strömung warmer Luft in den höheren Regionen der Atmosphäre vom Aequator nach den Polen und eine Strömung kalter Luft in den niederen Regionen in entgegengesetzter Richtung. Nun theilt die ganze Atmosphäre die Bewegung der Erde von Westen nach Osten, und hat natürlich an jeder Stelle die Geschwindigkeit, die dem zugehörigen Parallelkreise zukommt, es haben daher die von Norden und Süden kommenden Ströme eine kleinere Rotationsgeschwindigkeit als die Orte, an welche sie ankommen, weshalb sie in der Rotationsgeschwindigkeit von Westen nach Osten zurückbleiben und dadurch als östliche Ströme auftreten, von denen sich nach dem Gesetze des Parallelogrammes der Kräfte der in der nördlichen Erdhälfte als Nordostwind zeigt, aus dem Nordstrome, und aus dem durch die Rotation hervorgebrachten Ostwinde hervorgehend, und der in der südlichen Erdhälfte als Südostwind durch den Südwind und den durch die Erdrotation entstandenen Oststrom bewirkt.

V. Von der jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne.

§. 31. Wir kennen schon die Erscheinungen (§. 2), die uns auf den Schluß leiten, daß die Sonne eine jährliche Bewegung um die Erde von Westen nach Osten habe. Diese Erscheinung läßt sich nun aber eben so gut durch eine wirkliche Bewegung der Sonne um die ruhende Erde, als durch die Bewegung der Erde um die ruhende Sonne erklären. Ist in Fig. 18 im Mittelpunkte die Erde **E**, bewegt sich die Sonne in der Peripherie des Kreises in der Richtung der Pfeile, und sieht der Beobachter in **E** die Sonne jetzt in **m**, so sieht er sie in $\frac{1}{4}$ Jahre in **n**, in $\frac{1}{2}$ Jahre in **o**, in $\frac{3}{4}$ Jahren in **p**, und nach Verlauf eines ganzen Jahres wieder in **m**. Denken wir uns aber im Mittelpunkte die Sonne ruhend und in der Peripherie die Erde in derselben Richtung, wie vorhin die Sonne, sich bewegend, so wird der jetzt in **o** sich befindende Erdbewohner die Sonne nach **m** versetzen, $\frac{1}{4}$ Jahr darauf, da er selbst in **p** ist, nach **n**, $\frac{1}{2}$ Jahr darauf, da er in **m** ist, nach **o** u. s. w.; in beiden Fällen würde also der Erdbewohner die Sonne zu der-

selben Zeit dieselbe Stelle am Himmel einnehmen sehen. Es ist also in Bezug auf die bloße Erscheinung einerlei, ob die Sonne sich um die stillstehende Erde in dem Bogen mn, von m nach n, oder die Erde um die stillstehende Sonne in dem Bogen op von o nach p bewegt. Im ersten Falle würde also die Sonne, wenn wir sie im Zeichen des Widders sehen, sich wirklich in diesem Zeichen befinden, im zweiten Falle uns aber nur darum dort erscheinen, weil sich die Erde im Zeichen der Waage befindet; im ersten Falle würden wir die Sonne das Zeichen des Stieres durchlaufen sehen, weil es wirklich dieses Zeichen durchläuft, im zweiten aber nur darum, weil die Erde das Zeichen des Skorpions durchläuft u. s. w. Daß aber jene Bewegung nur scheinbar ist, und diese allein wahr, läßt sich beweisen.

1. Wahrscheinlichkeitsgrund für die Bewegung der Erde um die Sonne.

Ein Wahrscheinlichkeitsgrund für die Bewegung der Erde nm die Sonne liegt schon in dem Größenverhältnisse dieser beiden Weltkörper. Die Sonne ist 1500000 Mal größer als die Erde, und es ist daher weit wahrscheinlicher, daß die kleine Erde um die so große Sonne sich bewege, als daß das Umgekehrte statt finde.

2. Eigentliche Beweise für die Bewegung der Erde um die Sonne.

Der eigentliche Beweis gründet sich aber wieder auf astronomische Beobachtungen theils an den Planeten, theils an den Fixsternen. Wir können zeigen, A. daß alle beobachteten Erscheinungen an den Planeten in Bezug auf ihre Größe, Bewegung und Lichterscheinungen sich durch die Annahme ihrer und der Erde Bewegung um die Sonne auf das vollkommenste erklären lassen, und B. daß die an den Fixsternen beobachtete kleine jährliche Ortsveränderung in Folge der Aberration des Lichtes ihren Grund in der Ortsveränderung der Erde habe.

A. Beweis der Bewegung der Erde um die Sonne aus Erscheinungen an den Planeten.

§. 32. Wir führen zuerst die Erscheinungen an den beiden Planeten Merkur und Venus an, welche der

Sonne näher sein müssen als die Erde, da sie sich oft, wenn wir sie nämlich vor der Sonnenscheibe als dunkle Körper vorübergehen sehen, zwischen uns und der Sonne befinden, und deshalb untere Planeten heißen, während man die anderen, welche von der Sonne entfernter als die Erde sind, obere nennt. Sie entfernen sich nie weit von der Sonne, Venus jedoch weiter als der Merkur (nie volle 48° und $28\frac{1}{2}$°), so daß wir sie nur Abends nach Sonnenuntergang in Westen einige Stunden als Abendsterne, oder nur Morgens vor Sonnenaufgang in Osten einige Stunden als Morgensterne sehen können. Es ist Dreifaches, was sich an ihnen innerhalb eines bestimmten Zeitraumes wiederkehrend ändert, und was wir theils mittelst blosser unbewaffeneter Augen, theils mittelst guter Fernröhre, an der Venus deutlicher als am Merkur, bemerken — nämlich die Entfernung von der Sonne am Himmelsgewölbe, die scheinbare Größe, und die Lichtgestalten.

Wenn wir die Venus zuerst als Abendstern bald nach Sonnenuntergang am westlichen Himmel bemerken, und sie von da an eine Zeit lang täglich beobachten, so sehen wir sie an den folgenden Abenden nach Sonnenuntergang immer weiter bei östlicheren Sternen stehen, und mithin länger über dem Horizonte verweilen, bis sie endlich ihren größten östlichen Abstand von der Sonne in etwas mehr als sechs Monaten erreicht; hierauf macht sie diesen Weg in entgegengesetzter Richtung, sie nähert sich wieder der Sonne, indem sie sich am Himmel westlich bewegt, geht in immer kürzerer Zeit nach der Sonne unter, bis sie dieselbe ganz erreicht und in etwa drei Monaten von der Zeit ihrer größten östlichen Ausweichung mit ihr untergeht. Nachdem sie uns als Abendstern verschwunden ist, können wir sie nach einiger Zeit als Morgenstern am östlichen Himmel vor dem Aufgange der Sonne wieder bemerken und zwar täglich immer früher, d. h. die Venus bewegt sich am Himmel immer nach Westen von der Sonne, sie erreicht in etwa drei Monaten ihren größten westlichen Abstand, worauf sie sich dann wieder derselben nähert, am Himmel sich also östlich bewegt, da sie täglich kürzere Zeit vor Sonnenaufgang gesehen wird, bis sie endlich ganz verschwindet, die Sonne mithin abermals erreicht hat. Erblicken wir sie später wieder als Abendstern, so wiederholen sich die angeführten Erscheinungen.

Zugleich zeigen aber gute Fernröhre, daß die Venus, wenn sie als Abendstern möglichst bald nach Sonnenunter-

gang bemerkt wird, als volle erleuchtete Scheibe erscheint, aber indem sie sich ihrer größten östlichen Ausweichung nähert, auch an Erleuchtung verliert und, wenn sie jene erreicht, sich als erleuchteter Halbkreis zeigt. Bei ihrer nun erfolgenden Annäherung an die Sonne nimmt der uns sichtbare erleuchtete Theil noch mehr ab, er nimmt die Sichelform an, wird immer schmäler, bis er ganz verschwindet: bei ihrem Wiedererscheinen als Morgenstern hat sie wieder Sichelform aber in entgegengesetzter Lage, welche sich bei ihrer größten westlichen Ausweichung bis zum erleuchteten Halbkreise, entgegengesetzt liegend wie bei der größten östlichen Ausweichung ausbildet, und von da bei ihrem Zurückkehren zur Sonne sich zum vollen erleuchteten Kreise vervollständigt.

Endlich bemerkt man bei der Venus durch Fernröhre von ihrem ersten Erscheinen als Abendstern bis zu ihrer größten östlichen Ausweichung und von da bis zu ihrem Verschwinden als Abendstern eine stete Zunahme ihrer Größe; so wie von ihrem ersten Erscheinen als Morgenstern bis zu ihrem Verschwinden als solchen eine Abnahme der erreichten Größe, so daß sie, wenn wir sie das zweite Mal als Abendstern sehen, die Größe zu haben scheint, welche sie beim ersten Male hatte.

Diese so verwickelt erscheinenden Veränderungen in der Größe und der Form der Lichtgestalten der Venus zeigen sich als nothwendige Folgen einer Kreisbewegung der Venus und der Erde um die Sonne. Denken wir uns vorerst in Fig 19 in **E** die Erde ruhend, und die Venus in der Kreislinie, deren Mittelpunkt die Sonne einnimmt, in der Richtung **I, II, III, IV** sich bewegend, so lassen sich hierdurch schon jene Erscheinungen zum Theil erklären. Wenn auch die Sonne und die Venus von uns verschieden weit entfernt sind, so halten wir sie doch, namentlich wenn sie neben einander stehen, in Folge optischer Täuschung für gleich weit entfernt, und es ist für die Erscheinung gleich, ob wir nns beide dort, wo der eine oder der andere ist, denken. Wenn sich auch ferner die Venus in einer Kreislinie um die Sonne bewegt, so halten wir einen Theil ihrer Bahn doch nicht für einen Bogen, was er wirklich ist, sondern für eine gerade Linie. Bewegt sich nun die Venus wirklich in dem Quadranten von **I** bis **II**, so glauben wir in **E**, sie habe sich in der Tangente von **I** bis **II'** (oder in dem zur Tangente parallelen Diameter von **S** bis **II**) bewegt; eben so erscheint die wirkliche Bewegung von **II** nach

III als scheinbare von II' nach I, die wahre von III nach IV als scheinbare von I nach IV', endlich die wahre von IV nach I als scheinbare von IV' nach I, wodurch schon die Erklärung der veränderten Richtung im Laufe der Venus und ihrer damit verbundenen scheinbaren Entfernung von der Sonne und Annäherung an dieselbe, wie wohl ihre Entfernung in der That ungeändert bleibt, ihre Erledigung findet.

Auch die Lichtphasen der Venus erklären sich leicht durch ihre angenommene Kreisbewegung um die Sonne. Die Sonne erleuchtet immer die Hälfte der dunkeln Venuskugel. Diese erleuchtete Hälfte ist zwar stets zur Sonne zugekehrt, der Erde aber bald ganz zugekehrt wie in I, bald von ihr ganz abgewendet wie in III und IV, bald über die Hälfte zugewendet wie von I bis II und von IV bis I, bald endlich unter der Hälfte wie von II bis III, und von III bis IV. Es ist leicht einzusehen, daß von I bis II der erleuchtete Kreis zum erleuchteten Halbkreise abnehmen, aber von IV bis I der erleuchtete Halbkreis zum erleuchteten Kreise zunehmen muß, daß von II bis III der Halbkreis durch immer schmälere Sichelformen endlich verschwinden und von III bis IV das Umgekehrte statt finden muß, so wie auch, daß die Quadranten, welchen im Allgemeinen gleiche Lichtphasen zugehören, diese doch entgegen gesetzt liegend zeigen müssen.

Daß endlich auch die Größe der Venus sich zu ändern scheint, folgt einfach aus dem optischen Gesetze, daß ein und derselbe Körper einen desto größeren Sehwinkel hat, je näher er uns ist, die scheinbare Größe aber mit dem Sehwinkel zunimmt. Die Venus nähert sich als Abendstern von I über II bis III der Erde, ihr Durchmesser erscheint deshalb unter einem immer größeren Sehwinkel, und ihre scheinbare Größe nimmt daher zu; von III über IV bis I, wo sie als Morgenstern beobachtet wird, entfernt sie sich aber von der Erde, ihr Sehwinkel wird mithin immer kleiner und deshalb muß auch ihre scheinbare Größe abnehmen.

§. 33. Schon aus diesen Betrachtungen geht die Bewegung der ganz gleiche Erscheinungen zeigenden Planeten Venus und Merkur um die Sonne klar hervor; und das, was uns, indem wir die Erde als ruhend annehmen, dabei noch unerklärlich bleibt, namentlich die ungleiche Zeit der Entfernung bis zur größten Ausweichung (Digression, Elongation) und der Zurückkehr zur Sonne, findet eine einfache

Erklärung, wenn wir auch die Erde sich im Kreise um die Sonne bewegend annehmen; und so führen uns diese Betrachtungen der Venus und des Merkurs auch zu der Ueberzeugung von der Bewegung der Erde um die Sonne.

Vorerst ist leicht einzusehen, daß wenn die Venus und die Erde in gleichen Zeiten ihre Bahnen um die Sonne beschrieben, wir jene in immer unveränderter scheinbarer Entfernung von der Sonne, in unveränderter Größe und in immer derselben Lichtphase sehen müßten, z. B. wenn die Venus und die Erde auf die entgegen gesetzten Seiten der Sonne bei der Schöpfung gesetzt worden wären und gleiche Umlaufszeiten oder gleiche Bogengeschwindigkeiten hätten, so würden wir die Venus immer ganz erleuchtet sehen, so wie wir, wenn sie mit der Erde auf derselben Seite der Sonne mit ihr in grader Linie gestellt worden wäre, sie nie zu sehen bekämen u. s. w. Legen aber die Venus und die Erde ihre Bahnen um die Sonne in ungleichen Zeiten zurück, so müssen nicht nur alle jene Veränderungen der Venus, in Bezug auf die scheinbare Entfernung von der Sonne, auf die Größe und ihre Lichtphasen, welche schon bei der angenommenen Ruhe der Erde ihre Erklärung finden, sondern auch die Verschiedenheit in der Zeit, welche diese Planeten brauchen, um ihre größte Ausweichung zu erreichen und wieder zur Sonne zurückzukehren, statt haben. Die Venus legt in etwas mehr als sieben, die Erde aber in zwölf Monaten ihre Bahn zurück; indem also die Erde einen Umlauf macht, macht die Venus einen ganzen und noch etwa $\frac{5}{8}$ vom zweiten. Die Venus wird mit der Sonne an einer Stelle des Himmels erscheinen, entweder voll erleuchtet oder ganz dunkel, wenn die Gesichtslinien von der Erde nach beiden zusammenfallen; die Venus wird aber die größte Ausweichung haben, wenn die Gesichtslinie von der Erde nach derselben eine Tagente ihrer Bahn ist. Ist nun in Fig. 20 die kleinste Kreislinie die Bahn der Venus, die mittlere die der Erde und stellt die größte das Himmelsgewölbe vor, sind dabei die gleichen ab, bc, cd, de, ef, fg, gh, hi, ik, kl, lm die monatlichen Wege der Venus, so wie die gleichen AB, BC, CD, u. s. w. die gleichen Wege der Erde in derselben Zeit, so ist Folgendes leicht einzusehen. Ist Venus in a und die Erde in A, so stehen Sonne und Venus in derselben Gesichtslinie und nicht lange darauf sehen wir letztere voll erleuchtet in a'; ist nach einem Monate die Venus in b und die Erde in B, so sehen wir die Sonne längs BS in S' und die Venus längs Bb in b', also links

oder östlich von der Sonne; nach zwei Monaten, wo die Venus in c und die Erde in C angelangt ist, sehen wir jene in c' noch weiter östlich von der Sonne in S'' und so wird der die östliche Entfernung der Venus von der Sonne angebende Bogen S'''d', S''''e', S'''''f' u. s. w. immer größer, bis er endlich ein Maximum erreicht, ungefähr für den Stand der Erde und der Venus in H und h, wo Hh' eine Tangente der Venusbahn in h ist, so daß die Venus ihre größte östliche Ausweichung nach mehr als sechs Monaten erreicht; nun werden die Bogen, wie eine ähnliche Zeichnung zeigt, immer kleiner, und wenn die Venus nach drei Monaten über i und k nach l, die Erde aber in derselben Zeit von H über I und K nach L gelangt, verschwindet der Winkel, den die Gesichtslinien von der Erde nach der Sonne und der Venus bilden, ganz, und die Venus ist, indem sie die Sonne, von Osten her sich ihr immer nähernd, erreicht hat und mit ihr untergeht, unsichtbar. Die Wege, welche die Venus von der Sonne nach Osten, bis zu ihrem größten Abstande und von da wieder zurück bis zur Sonne macht, sind nur scheinbar gleich, denn um ihre größte östliche Ausweichung zu erreichen, muß sie von ihrer in fast acht gleiche Theile getheilten Bahn an sieben solcher Theile zurücklegen, während sie auf dem Rückwege, um die Sonne scheinbar wieder zu erreichen, nur drei Theile zurückzulegen nöthig hat, weshalb sie sich auch an sieben Monate von der Sonne am Himmel östlich entfernt, zum Rückwege aber nur drei Monate braucht. Hinsichtlich der Zeit, welche die Venus als Morgenstern braucht, ihren größten westlichen Abstand von der Sonne zu erreichen und zu dieser wieder zurückzukehren, findet das Umgekehrte statt; sie braucht zum Zurückkehren längere Zeit, als zum Erreichen ihres größten Abstandes. Daß auch die Lichtphasen der Venus und die Veränderungen ihrer scheinbaren Größe sich bei der bewegten Erde eben so gut als als bei der ruhenden erklären, ist leicht einzusehen. In A sehen wir sie ganz, in H zur Hälfte, in L gar nicht erleuchtet u. s. w., weil sie nach ihrer und der Erde Stellung zur Sonne uns im ersten Falle ihre erleuchtete Halbkugel ganz, im zweiten nur zur Hälfte zuwendet, im dritten aber von uns ganz abwendet u. s. w.; eben so muß sie uns endlich bei der Bewegung der Erde von A über H nach L immer größer zu werden scheinen, weil sie uns immer näher kommt u. s. w.

§. 34. Eben so leicht lassen sich die scheinbaren Un-

regelmäßigkeiten im Laufe der oberen Planeten, nämlich ihre recht- und rückläufigen Bewegungen und ihre Stillstände erklären, wenn sie und die Erde sich um die Sonne bewegen. Die Erscheinungen beim Mars, der uns von den oberen Planeten am nächsten ist und deshalb am bequemsten beobachtet werden kann, sind folgende: geht der Mars auf, indem die Sonne untergeht, steht er also um Mitternacht in Süden und wird er hierauf täglich beobachtet, so sieht man ihn zu westlicheren Sternen fortrücken, d. h. sich rückläufig bewegen (von Osten nach Westen) und indem er in dieser Bewegung langsamer wird, nach einiger Zeit ein Paar Tage hindurch sogar still stehen, dann aber eine der bisherigen Bewegung entgegensetzte annehmen, indem er zu östlicheren Sternen rückt, oder sich rechtläufig (von Westen nach Osten) bewegt, und in dieser Bewegung schneller wird; nach etwa einem Jahre erreicht ihn die Sonne, indem sie sich ihm von Westen näherte, und übereilt ihn, denn nach einigen Tagen der Unsichtbarkeit bemerkt man ihn des Morgens in Osten vor Aufgang der Sonne, also rechts von derselben, und indem ihm die Sonne immer mehr vorläuft, er also in Bezug auf sie zurückbleibt, rückt er noch immer zu östlicheren Sternen, bis die Sonne ihm fast wieder gegenüber steht, wo seine Bewegung rückläufig wird, welche einige Monate dauert, worauf dann die angeführten Erscheinungen wiederkehren. Dabei nimmt seine sichtbare Größe ab, von da an, wo er um Mitternacht in Süden stand, bis dahin wo ihn die Sonne einholt, die übrige Zeit zu; er muß sich daher während der Abnahme seiner scheinbaren Größe von der Erde entfernen, so wie während der Zunahme sich derselben nähern. Stellt in Fig. 21 die kleinere Kreislinie die Erdbahn, die größere aber die Marsbahn, ist jene in 12 diese in 23 gleiche Theile getheilt, weil die Umlaufszeit der Erde 12, die des Mars etwa 23 Monate dauert, steht die Erde in a, der Mars in A, rücken beide in ihren Bahnen in derselben Richtung fort, jene von a nach b, c u. s. w., dieser von A nach B, C u. s. w., so daß die Bogen ab und AB, bc und BC u. s. w. gleichzeitig zurückgelegt werden, so findet die Bewegung des Mars in Folgendem ihre Erklärung. Steht der Mars bei A von a aus betrachtet bei dem Fixsterne s, so bezeichnen wir seinen Stand am Himmel, wenn wir sagen: er steht bei dem Sterne s. Nach einem Monate gelangt die Erde nach b. der Mars nach B, wir in b sehen denselben Fixstern in s', nämlich in der zu as parallelen bs,' den Mars aber in

B längs bB, also rechts oder westlich von dem Fixsterne, weshalb wir sagen: in diesem Monate hat der Mars eine rückläufige Bewegung gehabt, da er sich ja von dem Fixsterne nach Westen bewegt hat. Im zweiten Monate rückt die Erde von b bis c, der Mars von B nach C und wir in c sehen denselben Fixstern in s'', nämlich wieder in der zu as parallelen cs'', den Mars aber in C, also wieder rechts oder westlich von diesem Fixsterne, aber fast eben so weit als in b, und wir werden deshalb glauben, der Mars stehe still. Nach drei Monaten, nachdem Mars um CD und die Erde um cd in ihrer Bahn weiter fortgeschritten sind, muß uns in d der Mars in D, links oder östlich von dem Fixsterne in s''' erscheinen, und wir müssen jetzt dem Planeten eine rechtläufige Bewegung, nämlich von Westen nach Osten, zuschreiben, und eine schneller werdende, da wir am Ende des vierten Monats in e den Mars in E und den Fixstern in s'''' sehen, also den letzteren schon in so kurzer Zeit so bedeutend östlich von ersterem — schon in einer nur viermonatlichen Beobachtungszeit kann man daher den Mars zuerst rückläufig, dann stillstehen und darauf rechtläufig sich bewegen sehen, während er sich in der That auf eine unveränderliche Weise um die Sonne bewegte.

Wie sich der Mars in seinen Bewegungen gegen die Sonne verhält, ist leicht aus dem Winkel zu bestimmen, welchen unsere Gesichtslinie nach der Sonne und nach ihm mit einander bilden. Fallen sie in eine gerade Linie aber nach entgegengesetzten Richtungen, ist also der Winkel = 180°, so stehen Mars und Sonne am Himmel gerade entgegengesetzt (in Opposition) d. h. Mars geht auf, indem die Sonne untergeht, steht also um Mitternacht in Süden; je mehr nun der gestreckte Winkel durch alle Grade des stumpfen bis zum rechten abnimmt, desto weiter nach Süden zwischen Osten und Süden befindet sich der Mars beim Untergange der Sonne, also desto näher seinem Untergange um Mitternacht; ist der Winkel ein rechter geworden, so steht Mars gerade in Süden beim Untergange der Sonne und geht selbst um Mitternacht unter. Indem nun der Winkel von 90° bis 0 durch alle Grade des spitzen Winkels geht, steht Mars immer weiter nach Westen zwischen Süden und Westen beim Untergange der Sonne und geht immer früher nach dem Sonnenuntergange selbst unter, bis er, wenn die Gesichtslinien in eine gerade Linie in derselben Richtung fallen oder ihr Winkel Null wird, (in Konjunktion) mit ihr selbst untergeht. Indem hierauf die Gesichtslinien

wieder Winkel zu bilden anfangen, müssen wir Mars auf der anderen Seite der Sonne vor ihrem Aufgange sich von ihr entfernen sehen.

B. Beweis der Bewegung der Erde um die Sonne aus der Aberration des Lichtes der Fixsterne.

§. 35. Ein schöner Beweis für die Bewegung der Erde um die Sonne ist die von James Bradley (Astronom in Greenwich 1692—1762) entdeckte Aberration des Lichtes. Wir verstehen darunter eine kleine Ortsveränderung eines jeden Sternes im Laufe des Jahres, eine kleine Entfernung von dem Orte, welchen er, wenn die Erde ruhete, unverändert einnehmen müßte. Sie findet ihre vollkommene Erklärung in der Bewegung der Erde und der Fortpflanzung des Lichtes, und zwar insbesondere in dem Verhältnisse, welches die Geschwindigkeit des Lichtes und die der Bewegung der Erde in ihrer Bahn zu einander haben. Das Allgemeinste hierüber ist etwa Folgendes. In Fig. 22 ist S die Sonne, ABCD die Erdbahn, in deren Ebene sich der Stern G befindet, welcher von den Punkten A, B, C, D in den zu einander parallelen Linien AG, BG′, CG″, DG′ gesehen wird, so daß also auch diese Linien die Richtungen der Lichtstrahlen nach jenen Punkten angeben. Vergleichen wir mit diesen Richtungen der Lichtstrahlen die Richtung der Bewegung der Erde, so werden wir so urtheilen: Wenn sich die Erde in der Richtung ABCD bewegt, so nähert sie sich von A aus dem Sterne, so wie sie sich von C aus von demselben entfernt, beide Male in der Richtung des Lichtstrahles, in B und D aber ist die Richtung der Erdbewegung, welche die Tangenten BE und DF angeben, rechtwinklig auf die des Lichtes. Die Folge hiervon kann nur die sein: In A und C werden wir den Stern sehen, wie wenn die Erde in diesen Punkten still stände, in B wird uns aber der Stern links von der Stelle, wo wir ihn aus A sahen, so wie in D rechts gerückt erscheinen, was sich auf das Parallelogramm der Kräfte gründet. Die Geschwindigkeit des Lichtes übertrifft die der Erde an 10186 Mal, stellt nun in der Figur KB die Geschwindigkeit des Lichtes, die 10186 Mal kleiner zu denkende HB die der Erde und nehmen wir an, daß sich ein Lichtstrahl in K befindet, während das Auge des Beobachters in H ist, so werden der Lichtstrahl und das Auge des Beobachters in genau demselben Augenblicke in B eintreffen, und der Lichtstrahl hat,

indem er das bewegte Auge trifft, eine zusammengesetzte Bewegung, denn außer seiner Richtung GB erhält er auch noch die des Auges von B nach E, mithin läßt er uns den Stern zu Folge des Parallelogrammes der Kräfte links von seinem eigentlichen Orte G sehen, längs BL in L nämlich, wenn BM = BH ist. In D ist die Ortsveränderung wegen der entgegengesetzten Richtung der Erdbewegung auch nothwendig entgegengesetzt. Auch ist leicht einzusehen, daß in B nur die größte Ortsveränderung nach der einen Seite hin, so wie in D nur die größte nach der entgegengesetzten Seite hin statt findet; daß jene Bewegung des Sternes sich überhaupt zeigt während der Bewegung der Erde von A über B nach C, und zwar von A bis B zunehmend, von B bis C aber abnehmend, so wie diese während der Bewegung der Erde von C über D nach A und zwar von C nach D zu- und von D nach A abnehmend, was eine nothwendige Folge der veränderten Richtung der Bewegung der Erde in ihrer Bahn ist, wie die Zeichnung von Parallelogrammen der Kräfte es deutlich zeigt: überhaupt lenkt die Aberration den Lichtstrahl stets nach der Seite hin, nach welcher sich die Erde bewegt. Daß hierdurch des Sternes Rektaszension, Deklination, Länge und Breite eine Veränderung erleiden, ist von selbst einleuchtend. Wollte man für die beiden Endpunkte eines jeden Quadranten und einen beliebigen dazwischen liegenden Punkt die Richtungen des Lichtes und der Erde angeben, so müßte es so geschehen, wie in Fig. 23, deren Ansicht, wenn die KB und eben so die BM einander stets gleich gemacht und die Parallelogramme hinzugedacht werden, diese Bewegungen schon klar macht.

Diese jährliche Entfernung der Fixsterne vom wahren Orte nach jeder Seite beträgt 20,25″ im Bogen, was auch gerade der Weg ist, den die Erde auf ihrer Bahn in 8′, 13, 2″ als der Zeit, welche das Licht braucht von der Sonne zu uns zu kommen, macht. Diese Ortveränderung zeigt sich bei den Sternen in der Ekliptik als ein bloßes Hin- und Herrücken in einem Bogen von 2 . 20, 25″ = 40,5″, bei den Polen der Ekliptik geschieht sie in Kreisen vom Durchmesser 40,5″, und um die mittleren Orte der Sterne; bei den Sternen zwischen der Ekliptik und den Polen endlich in Eklipsen, deren große Axe 40,5″ beträgt, wobei aber die Ekzentrizitäten der Ellipsen desto kleiner werden, sie selbst sich also desto mehr Kreisen nähern, je näher die Sterne den Polen der Ekliptik liegen.

§. 36. Da sich nun nicht die Sonne um die Erde, sondern umgekehrt die Erde um die Sonne bewegt, so giebt es auch keine Sonnenbahn sondern eine Erdbahn, aber die Ebene jener scheinbaren Bahn ist genau die Ebene dieser wahren, da ja die Sonne immer in der Ebene der Erdbahn sich befindet und in den dem Standpunkte der Erde diametral entgegengesetzten Punkt versetzt wird. Da sich die Ekliptik und der Himmelsäquator unter 23½° schneiden, weshalb auch ihre Axen diesen Winkel mit einander bilden, die Ekliptik aber die Erdbahn ist und der Erdäquator in der Ebene des Himmelsäquators liegt, so ist auch der Erdäquator gegen die Erdbahn unter 23½° geneigt, und die Erdaxe steht also auf der Erdbahn nicht senkrecht, sondern weicht von der senkrechten Linie auch um diesen Winkel ab, oder ist gegen die Erdbahn unter 66½° geneigt.

VI. Von der elliptischen Gestalt der Erdbahn und der Planetenbahnen überhaupt.

§ 37. Bewegt sich aber die Erde wirklich in einer Kreislinie um die Sonne? Die Antwort fällt nach Untersuchung der scheinbaren Größe und der scheinbaren Bewegung der Sonne zu verschiedenen Zeiten des Jahres verneinend aus. Befände sich nämlich die Sonne im Mittelpunkte der Kreisbahn der Erde, also immer um den Erdbahnradius von uns entfernt, so würden wir sie auch immer unter demselben Gesichtswinkel, mithin gleich groß sehen; bewegen wir uns in einer Kreislinie um die Sonne, so müßte ferner unsere Bewegung nach mechanischen Grundsätzen eine gleichförmige, und mithin die davon abhängende scheinbare Bewegung der Sonne auch eine gleichförmige sein. Aber Beobachtungen beweisen, daß uns die Sonne weder immer gleich groß erscheint, noch auch sich gleichförmig bewegt, denn ihre täglich gemessenen Durchmesser nehmen in dem einen Theile des Jahres zu, in dem anderen ab, und ihre täglichen Bogen am Himmel von Westen nach Osten werden eben so größer und kleiner; woraus denn folgt, daß sich die Sonne nicht im Mittelpunkte der Erdbahn befinde und daß die Bewegung der Erde nicht gleichförmig sei. Aus dem Zunehmen des Sonnendurchmessers können wir nur eine Annäherung der Erde zur Sonne folgern, so wie aus dem Abnehmen eine Entfernung, und da mit jenem Zunehmen gleichzeitig eine schnellere (im Dezember 1° 1′ 10″)

und mit jenem Abnehmen eine langsamere Bewegung (im Juni 57′ 11,5″) der Sonne verbunden ist, so urtheilen wir: Wir bleiben, indem sich die Erde um die Sonne bewegt, nicht in unveränderter Entfernung von derselben, wir nähern uns ihr und entfernen uns wieder von ihr, und zwar nähern wir uns ihr mit zunehmender und entfernen uns von ihr mit abnehmender Geschwindigkeit.

Der Annahme, daß die Erde sich zwar in einer Kreislinie um die Sonne bewege, diese sich aber nicht in ihrem Mittelpunkte befinde, widerspricht schon die Berechnung der Entfernungen der Sonne, welche alle kleiner sind als sie in diesem Falle sein müßten. Dasselbe ergiebt sich auch für die übrigen Planeten; sollte z. B. in Fig. 24 für den Stand der Sonne in S die Kreislinie ADFBG die Bahn des Mars sein, so läßt sich das Verhältniß seiner Entfernungen in D und F von der Sonne, nämlich DS und FS, zum Radius der Bahn finden, aber die auf die Beobachtungen gegründeten Berechnungen ergeben die Entfernungen des Mars kleiner, etwa wie CS und ES u. s. w., weshalb sich diese Annahme mit der Wirklichkeit nicht verträgt, welche nach dem Angeführten offenbar eine Ovallinie zur Bahn der Planeten fordert.

Die Frage, ob die zunehmende Geschwindigkeit blos von der Annäherung herrühre, da ja nach optischen Gründen derselbe Bogen desto größer erscheinen muß, je näher er uns ist, oder ob auch eine wirkliche Vergrößernng statt finde, ist leicht zu beantworten. Bleibt nämlich eines Körpers Geschwindigkeit dieselbe während die Entfernung sich ändert, so nehmen seine scheinbaren Durchmesser zu wie seine Entfernungen abnehmen, und da auch seine scheinbaren Geschwindigkeiten zunehmen wie die Entfernungen abnehmen, so stehen die scheinbaren Durchmesser im geraden Verhältnisse zu den scheinbaren Geschwindigkeiten; nun ergeben astronomische Messungen Folgendes: die Sonne hat
im Sommersolstitium einen Durchmesser von 31′ 30,6″
" Wintersolstitium " " " 32′ 35″
" Sommersolstitium eine tägl. Beweg. von 57′ 11,5″
" Wintersolstitium " " " 61′ 10″

Jenem Gesetze zu Folge steht also:

$$31' \, 30{,}6' : 32' \, 35'' = 57' \, 11{,}5'' : x$$
$$1890{,}6'' : 1955'' = 3431{,}5 : x$$
$$x = 3548{,}4'' \text{ etwa } = 59' \, 9''$$

Die Beobachtung ergiebt aber 61′ 10″ also 2′ 1″ mehr, ein Beweis, daß die Zunahme der Geschwindigkeit nicht blos durch die Annäherung, sondern auch durch eine wirkliche Vermehrung hervorgebracht wird. So wie für die zunehmende Geschwindigkeit unter der einseitigen Voraussetzung sich ein zu kleines Resultat, (59′ 9″ statt 61′ 10″) ergiebt, so würde natürlich für die abnehmende Geschwindigkeit unter derselben Voraussetzung ein etwas zu großes herauskommen.

§ 38. Johann Kepler (1571 — 1630) untersuchte auf Grund vieler von seinem Zeitgenossen Tycho de Brahe (1546 — 1601) gemachten Beobachtungen, die durch Genauigkeit sich vor allen früheren auszeichneten, die Marsbahn, die er wohl nur deshalb wählte, weil Mars als der uns nächste obere Planet am besten beobachtet werden konnte, was aber auch zugleich eine sehr glückliche Wahl war, weil dessen Bahn mit am meisten von der Kreisbahn abweicht und daher durch genaue Untersuchung am frühesten auf die eigentliche Form der Planetenbahnen führen konnte. Er fand nun, daß wenn Mars sich in einer Ellipse um die in einem ihrer Brennpunkte angenommene Sonne bewege, Berechnungen und Beobachtungen genau mit einander übereinstimmten, während das bei allen früher als Bahnen angenommenen geschlossenen Linien nicht der Fall war. Das führte zur Entdeckung des ersten der drei Kepler'schen Gesetze, deren Nothwendigkeit später Isaak Newton (1642—1727) aus dem von ihm entdeckten Gravitationsgesetze bewies, nämlich: die Planeten bewegen sich in Ellipsen, in deren einem Brennpuukte sich die Sonne befindet (S. § 438 ꝛc.), woraus natürlich folgt, daß den Planetenbewohnern, indem sich ihr Planet auf seiner Bahn von dem der Sonne entferntesten Punkte der großen Axe bis zum nächsten, d. i. vom Aphelium bis zum Perihelium, von der Sonnenferne bis zur Sonnennähe bewegt, die Sonne an Größe zuzunehmen, in der anderen Hälfte aber eben so abzunehmen scheinen muß. Auch die Monde bewegen sich in Ellipsen um ihre Hauptplaneten, so wie die Kometen um die Sonne.

Aus Kepler's zweitem Gesetze: die Radienvektoren beschreiben in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume, oder was dasselbe ist: die Radienvektoren beschreiben Sektoren den Zeiten proportional, folgt einfach, daß sich jeder Planet vom Aphelium nach dem Perihelium mit zunehmender, von diesem nach jenem aber mit abnehmender Geschwindigkeit bewegen muß. Denken wir uns um jene Punkte Sektoren, gleichen Zeiten zugehörig, so müssen sie nach diesem Gesetze gleich sein, und da der am Perihelium weit niedriger als der andere am Aphelium ist, so muß, damit die Flächen dennoch einander gleich wären, sein Bogen natürlich der größere sein, d. h. der Planet beschreibt in der Sonnennähe in derselben Zeit einen größeren Bogen, bewegt sich also schneller als in der Sonnenferne, und da die Entfernung des Planeten von

ihrem größten Werthe bis znm kleinsten nach und nach abnimmt und von ihrem kleinsten Werthe bis zum größten eben so nach und nach zunimmt, so muß das auch für die Geschwindigkeit gelten. Die Anwendung dieser zwei Kepler'schen Gesetze auf die Bewegung der Erde um die Sonne, zeigt es als nothwendig, daß, indem uns die Sonne unter größeren Durchmessern erscheint, sie am Himmel auch größere Bogen von Westen nach Osten zurücklegt und umgekehrt.

Das dritte Kepler'sche Gesetz: die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich zu einander wie die Kuben ihrer mittleren Entfernungen oder ihrer halben großen Axen, dient zur Vergleichung der Planetenbahnen untereinander. Man kann durch dasselbe aus den Umlaufszeiten der Planeten und der Entfernung des einen von der Sonne, die Entfernungen der übrigen, so wie aus den Entfernungen derselben und der Umlaufszeit des einen, die Umlaufszeiten der übrigen sehr leicht finden. Z. B. Jupiters Umlaufszeit ist fast 12 Jahre; wie viele Male ist er von der Sonne entfernter als die Erde, deren Umlaufszeit nur 1 Jahr beträgt? $1^2 : 12^2 = 1 : 144$, d. h. der Kubus der Entfernung des Jupiters übertrifft den Kubus der Entfernung der Erde 144 Mal, folglich ist die Entfernung des Jupiters nur $\sqrt{144} = 5,2$ Mal größer als die der Erde. Oder man wüßte umgekehrt, daß Jupiter etwa 5,2 Mal weiter als die Erde von der Sonne entfernt ist, so könnte man auch seine Umlaufszeit bestimmen, denn:

$$1^3 : 5,2^3 = 1 : 140,608$$

d. h. der Kubus der Entfernung des Jupiters übertrifft die der Erde etwa 141 mal, soviel mal übertrifft also auch das Quadrat der Umlaufszeit des Jupiters die der Erde; nun ist aber $\sqrt{141}$ = fast 12 Jahre.

Die mittleren Entfernungen der Planeten von der Sonne lassen sich durch eine Zahlenreihe ausdrücken, in welcher sich eine sehr merkwürdige Regelmäßigkeit ausspricht; theilt man nämlich die Entfernung des an der Sonne nächsten Planeten in vier gleiche Theile, so kommen auf die Entfernungen der übrigen Planeten so viele solcher Theile, wovon jeder in der Wirklichkeit etwa zwei Millionen Meilen beträgt, als die folgenden Zahlen ausdrücken.

Merkur	4	=	4	also wirkliche Entfernung etwa	8 Mill.	Meil.
Venus	$4 + 3$	=	7	" "	14	" "
Erde	$4 + 2 . 3$	=	10	" "	20	" "

Mars	$4 + 4 . 3 = 16$	=	=	32	=	=
Ceres, Vesta, Juno, Pallas	$4 + 8 . 3 = 28$	=	=	56	=	=
Jupiter	$4 + 16 . 3 = 52$	=	=	104	=	=
Saturn	$4 + 32 . 3 = 100$	=	=	200	=	=
Uranus	$4 + 64 . 3 = 196$	=	=	392	=	=

Die Umlaufszeiten sämmtlicher Planeten zu finden würde nun also, wenn man hinzu nimmt, daß die Umlaufszeit der Erde 1 Jahr dauert, nach Keplers drittem Gesetze leicht sein.

Die mittleren Geschwindigkeiten, mit welchen sich die Planeten bewegen, lassen sich nun auch leicht berechnen, wenn man sich die Bahnen als Kreise, welche zu Radien die mittleren Entfernungen haben, denkt. Z. B. einen wie großen Weg legen die Erde und der Jupiter in jeder Sekunde um die Sonne zurück? Heißt die Umlaufszeit nach Jahren u, die mittlere Entfernung r, so ist der allgemeine Ausdruck der Geschwindigkeit:

$\frac{2 r \pi}{u . 24 . 60 . 60} = \frac{r \pi}{u . 12 . 60 . 60}$, also für die Erde $\frac{20,00000 . 3,1415}{365 . 12 . 60 . 60}$, für den Jupiter $\frac{104,000000 . 3,1415}{12 . 365 . 12 . 60 . 60}$, jenes giebt etwa 4, dieses $1\frac{3}{4}$ Meilen.

§ 39. Schon Kepler sagte, die Sonne erhalte die Planeten durch eine anziehende Kraft in ihren Bahnen. Newton bewies Kepler's Aussage und zugleich dessen Gesetze. Aus dem Falle der Körper zur Erde folgerte man die Schwerkraft der Erde, welche Galiläi's (1564—1642) Gesetze des freien Falles (Ph. § 65—71) näher kennen lehren. Bei einem geworfenen Körper tritt zu der Schwerkraft noch eine zweite Kraft ganz anderer Natur, die Wurfkraft, hinzu, und der von ihnen gemeinschaftlich getriebene Körper muß sich, wenn ihre Richtungen einen Winkel bilden, im luftleeren Raume in ei er Parabel bewegen (Ph. § 72—75), im lufterfüllten in der ballistischen Kurve. An die Wurfbewegung reiht sich von selbst die Zentralbewegung (Ph. § 76—78), bei welcher sich der Körper durch die Zusammenwirkung der Zentripetalkraft und der Zentrifugal- oder Tangentialkraft um einen Mittelpunkt, den Sitz der Zentripetalkraft, bewegen muß, wie wohl ihn die Tan-

gentialkraft von diesem Punkte zu entfernen stets strebt. Es frug sich nun, ob die Bewegungen der Planeten um die Sonne, so wie des Mondes um die Erde, nicht solche durch Zentralkräfte hervorgebrachte Bewegungen seien, dort also die Sonne, hier die Erde der anziehende Körper sei. Die Ableitung der Kepler'schen Gesetze aus der Annahme, die Planetenbewegungen seien Zentralbewegungen, bewies, daß sie es wirklich sind; so läßt sich das zweite Kepler'sche Gesetz leicht als nothwendige Folge der Zentralbewegung beweisen. Befindet sich in Fig. 25 in S die Sonne und bewegt sich ein Planet vermöge einer ursprünglich auf ihn wirkenden Kraft längs AM so, daß er in gleichen Zeittheilchen die gleichen Wege AB, BC ꝛc. zurücklegt, so würden die Dreiecke ABS, BCS ꝛc. immer einander gleich sein, der Planet sich aber ins Unendliche von der Sonne entfernen. Zieht ihn aber die Sonne, indem er in B angelangt ist, so stark an, daß er in dem angenommenen Zeittheilchen von B nach D gelangen müßte, während er der ursprünglichen Kraft allein folgend von B nach C käme, so giebt nun die Diagonale BE des Parallelogrammes BCED seinen wirklichen Weg an, und der Sektor des zweiten Zeittheilchens ist nun nicht das Dreieck BCS, sondern BES. Im dritten Zeittheilchen hat der Planet nach dem Beharrungsvermögen das Bestreben längs EF = EB zu gehen, wodurch der Sektor EFS entstehen würde, geht aber wegen des wieder in E stattfindenden Zuges nach der Sonne hin, in der Diagonale EG, wodurch der Sektor EGS entsteht u. s. w. Nun ist

$\triangle$ ABS = $\triangle$ BCS wegen AB = BC in der AC liegend und wegen des gemeinschaftlichen Gipfels S,

$\triangle$ BCS = $\triangle$ BES wegen BS = BS und EC # DB,

$\triangle$ BES = $\triangle$ EFS und $\triangle$ EFS = $\triangle$ EGS u. s. w.,

also die Sektoren gleicher Zeittheilchen wirklich einander gleich.

Aus Kepler's drittem Gesetze bewies Newton zuerst sein Gravitationsgesetz. Es steht nämlich nach §. 25

$$S : s = \frac{C^2}{R} : \frac{c^2}{r}$$

Ist aber eines Planeten Umlaufszeit t, der Radius seiner Kreisbahn r, so ist überhaupt $c = \frac{2r\pi}{t}$ und wir erhalten durch Substitution

$$S : s = t^2 R : T^2 r \text{ oder } \frac{S}{R} : \frac{s}{r} = t^2 : T^2$$

$$\text{Da aber auch } r^3 : R^3 = t^2 : T^2$$

$$\text{so ist } \frac{S}{R} : \frac{s}{r} = r^3 : R^3$$

$$\text{oder } SR^2 = sr^2$$

woraus folgt $S : s = r^2 : R^2$ oder $S : s = \frac{1}{R^2} \cdot \frac{1}{r^2}$ d. h. die Anziehungen der Sonne auf die Planeten stehen im umgekehrten quadratischen Verhältnisse der Entfernungen.

Die Anziehung ist immer wechselseitig; da sie aber im geraden Verhältnisse der Masse steht, so ist die der Planeten auf die Sonne verschwindend, während sich die des Mondes gegen die Erde schon bei der Ebbe und Fluth geltend macht. Diese wechselseitige Anziehung aller Körper unseres Sonnensystemes heißt nun die allgemeine Gravitation oder Schwere, und das ihre Wirksamkeit bezeichnende Newton'sche Gesetz das Gravitationsgesetz, nach welchem die Schwere bei gleichen Entfernungen im geraden Verhältnisse der Masse, bei ungleichen aber im umgekehrten quadratischen Verhältnisse der Entfernungen steht. Dieses Newton'sche Gesetz ist das Grundgesetz unseres Sonnensystemes; alle übrigen Gesetze sind Ableitungen aus demselben und nur für besondere Fälle gültig, während es selbst alle umfaßt; so geben z. B. Keplers Gesetze den Lauf eines Planeten genau an, in so fern er nur von der Sonne abhängig ist, nicht aber, wenn auch ein anderer Planet auf dessen Lauf durch seine Anziehung störend einwirkt. Hier, so wie beim Mondlaufe, der vorzüglich durch die Sonne und die Erde bestimmt wird, bei den Störungen oder Perturbationen, die ein Komet von einem Planeten, in dessen Nähe er vorübergeht, in seinem Laufe erfährt, und in vielen andern Fällen zeigt sich der hohe Werth des Newton'schen Gesetzes, welches alle Einwirkungen in Rechnung zieht.

§. 40. Das bisher vorgetragene läßt sich etwa so zusammenfassen: Indem sich die Erdkugel, deren Durchmesser 1719 Meilen beträgt, täglich einmal in der Richtung von Westen nach Osten um ihre Axe gleichförmig herumdreht, wobei also ein Aequatorialpunkt in 1 Tage 5400 Meilen, mithin in 1 Stunde 225 Meilen, in 1 Minute $3\frac{3}{4}$ Meilen und in 1 Sekunde $\frac{1}{16}$ Meile = 1427 P. F. zurücklegt, bewegt sie sich zugleich in einer Ellipse um die in einem Brennpunkte derselben sich befindende fast anderthalb Millionen

Male größere Sonne in 1 Jahre nach der Ordnung der Himmelszeichen, und zwar in der einen Hälfte ihrer Bahn, von der Sonnenferne bis zur Sonnennähe, mit zunehmender, in der anderen aber mit abnehmender Geschwindigkeit, jedoch so, daß dabei der Aequator die Erdbahn unter einem Winkel von $23\frac{1}{2}^{0}$ schneidet, die Lagen der Erdaxe in allen Punkten der Bahn also zu einander parallel sind, und zwar stets unter dem Neigungswinkel von $66\frac{1}{2}^{0}$. Wir fügen noch hinzu: die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, d. i. die halbe große Axe der Erdbahn beträgt nach den neuesten Bestimmungen 20666800 Meilen, also die ganze Bahn, die von der Kreislinie sehr wenig abweicht, da die Exzentrizität nur 0,016780, die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne als Einheit genommen beträgt, an 130 Millionen Meilen und es macht daher die Erde auf ihrer Bahn durchschnittlich in 1 Tage einen Weg von mehr als $\frac{1}{3}$ Million Meilen, in 1 Stunde fast 15000 Meilen und mithin in 1 Sekunde über 4 Meilen.

VII. Von den Haupterscheinungen am Himmel und auf der Erde, welche Folgen sind von der Kugelstalt und den beiden Bewegungen der Erde, so wie von der Bewegung des Mondes um die Erde.

§. 41. Die hierher gehörenden Erscheinungen sind theils in den vorhergehenden Abschnitten enthalten, wo sie als Beweise für die Kugelgestalt der Erde und ihrer beiden Bewegungen gebraucht wurden und hier nur durch eine Umkehrung als Ableitungen aus dem Bewiesenen vorkommen, theils sind sie von der Art, daß sie, obwohl, wie jene, Folgen der Form und der Bewegungen der Erde, doch nicht schon dort vorkommen konnten. An diese Erscheinungen knüpfen wir erklärend die Haupterscheinungen des Mondes, des beständigen Begleiters der Erde auf ihrer Reise um die Sonne.

1) Folgen der Kugelform der Erde sind z. B. a) daß wir entfernte hohe Gegenstände nicht auf einmal übersehen, sondern daß dabei die in §. 3 angegebenen Umstände statt finden: b) daß der Horizont stets die Kreisform hat und

sich kreisförmig vergrößert und verkleinert nach der Erhöhung und Erniedrignng unseres Standpunktes; c) daß die Erde umschifft worden ist, indem man in der angenommenen Richtung unverändert fortschiffte; d) daß wir einen Stern, der vom Zenithe 1°, 2°, u. s. w. entfernt ist, schon durch eine Reise von 15, 30 u. s. w., Meilen nach der gehörigen Richtung in den Zenith bekommen u. s. w., Erscheinungen, die aus §. 3 schon bekannt sind.

2) Folgen der Axenbewegung der kugelförmigen Erde von Westen nach Osten sind a) die scheinbare Drehung der ganzen Himmelskugel in der entgegengesetzten Richtung von Osten nach Westen (§. 22), b) der Auf- und Untergang der Gestirne überhaupt, c) die Erscheinungen des Tages und der Nacht, d) das frühere Beginnen und Enden des Tages an einem von uns östlich, und das spätere an einem von uns westlich gelegenen Orte; wozu wir nur noch Folgendes hinzufügen: Wenn wir auch sagen und immer sagen werden, ein Gestirn geht auf, wenn es sich in der Ostgegend des Horizontes über denselben erhebt, so müssen wir doch dabei denken, daß es naturgemäß wäre zu sagen, ein Gestirn geht für uns auf, wenn unser von Westen nach Osten um den Erdmittelpunkt sich bewegender Horizont mit seiner Ostseite dasselbe trifft — und auf eine ähnliche Weise verhält es sich mit dem Untergange. Tag im Gegensatz der Nacht, ist die Zeit des Verweilens der Sonne über unserm Horizonte, Nacht die Zeit des Verweilens der Sonne unter demselben; Tag ist also die Zeit zwischen dem Auf- und Untergange der Sonne, d. i. die Zeit welche unser Horizont bei seiner Bewegung um den Erdmittelpunkt braucht von dem Augenblicke an, wo er die Sonne mit seiner Ostseite, bis zu dem Augenblicke, wo er sie mit seiner Westseite trifft. Die Nacht erklärt sich hiernach von selbst. Da der Horizont eines von uns östlich gelegenen Ortes sowohl mit seiner Ost- als Westseite früher als der unsrige die Sonne trifft, so muß dem östlicheren Orte die Sonne früher auf- und untergehen, d. h. der Tag früher anfangen und enden.

3) Eine Folge der Axenbewegung der Erde und der Lage des Himmelsäquators gegen den Horizont eines Ortes ist die Richtung, in welcher sich die Gestirne gegen den Horizont zu bewegen scheinen. Es giebt nur Einen Aequator, aber jeder Ort hat seinen eigenen Horizont; mit der Aenderung des Ortes auf der Erde ändert sich daher zwar

dieser aber nicht jener, der allen Orten gemeinschaftlich ist. Der Aequator und der Horizont können nun entweder in einander fallen, oder sich schneiden und im letzteren Falle, wo sie sich als größte Kugelkreise halbiren müssen, weshalb der Aequator immer halb über und halb unter dem Horizonte liegt, auf einander senkrecht oder schief stehen, so daß hierdurch eine dreifache Lage dieser zwei Kreise gegen einander gegeben ist.

Fallen sie in einander, also die Weltpole in Zenith und Nadir, so bewegen sich die Gestirne bei der scheinbaren täglichen Bewegung des Himmels, da ihre Bahnen immer parallel zum Aequator sind, auch in zum Horizonte parallelen Kreisen und man hat die sogenannte **parallele Himmelskugel** (sphaera parallela), welche nur beim Nordpole und Südpole der Erde stattfinden kann. Die Gestirne haben hier, da sie immer über dem Horizonte bleiben, keinen Aufgang und keinen Untergang, aber über dem Nordpole der Erde sieht man nur die Gestirne der nördlichen, so wie über dem Südpole nur die der südlichen Himmelskugel.

Steht der Aequator senkrecht auf dem Horizonte, geht also jener durch den Zenith und Nadir, dieser durch die Weltpole, so stehen auch die zum Aequator parallelen Kreise, in denen sich die Gestirne bewegen, senkrecht auf dem Horizonte (S. §. 319); die Gestirne gehen auf der einen Seite des Horizontes auf, erheben sich senkrecht bis zur größten Höhe und senken sich von da eben so senkrecht auf der entgegengesetzten Seite herab, wo sie nach zwölfstündiger Sichtbarkeit untergehen, und man hat da die sogenannte **senkrechte Himmelskugel** (sph. recta), welche nur bei den Punkten des Erdäquators statt findet. Die Bewohner des Erdäquators sehen alle Gestirne des Himmels, und zwar alle nur auf ihren halben täglichen Bahnen.

Steht der Aequator schief auf dem Horizonte, befindet sich also der sichtbare Pol zwischen dem Horizonte und dem Zenithe, so müssen auch die zum Aequator parallelen Kreise eben so schief (S. §. 319) gegen den Horizont liegen und von diesen Kreisen werden die um den sichtbaren Pol zunächst gelegenen, so lange ihre Entfernung von demselben noch nicht die Polhöhe beträgt, ganz über dem Horizonte liegen, die übrigen von da an bis zum Aequator aber zum größeren Theile, und zwar immer um weniger mehr als die Hälfte, je näher sie dem Aequator sind, welcher selbst nur genau zur Hälfte darüber liegt; die sich auf der anderen

Seite des Aequators befindenden Parallelkreise haben immer desto weniger als die Hälfte über dem Horizonte, je entfernter sie sind, bis endlich diejenigen, deren Entfernung vom Aequator die Polhöhe übertrifft, ganz unter demselben liegen. Unter den Gestirnen giebt es also solche, welche genau die Hälfte, mehr oder weniger als die Hälfte ihrer Bahn, aber auch solche, die ihre ganze Bahn über oder unter dem Horizonte haben; Gestirne also, welche zwölf Stunden, mehr oder weniger als zwölf Stunden, und endlich immer oder niemals über dem Horizonte verweilen. Eine solche Lage der Himmelskugel heißt eine **schiefe Himmelskugel** (sph. obliqua); sie ist die unsrige, so wie aller Orte zwischen dem Aequator und den Polen, nur durch den Grad der Schiefe verschieden. So wie die Polarbewohner nur die Gestirne einer Halbkugel in ihren ganzen täglichen Bahnen, die Aequatorialbewohner dagegen die Gestirne der ganzen Himmelskugel aber nur in ihren halben täglichen Bahnen sehen, so sehen die Erdbewohner zwischen dem Aequator und den Polen den größeren Theil sämmlicher Gestirne, theils in ihren ganzen Bahnen, theils in Theilen derselben.

§. 42. Einen Auf- und Untergang der Gestirne giebt es also nur in der senkrechten und schiefen Himmelskugel; nur dort kann also von dem Morgen- oder Ostpunkte und dem Abend- oder Westpunkte, mithin von den Weltgegenden überhaupt, die Rede sein. Der Kreis, in welchem sich das Gestirn scheinbar bewegt, heißt sein **Tagkreis**, so wie der Bogen desselben über dem Horizonte sein **Tagbogen**, worüber wir uns folgende Hauptpunkte merken:

1) Der Tagbogen eines Gestirnes wird durch den Meridian des Ortes halbirt.

Ist der größere Theil des Tagkreises über dem Horizonte, wie in Fig. 26 eh, wo HO der Horizont, AQ der Aequator, P der Nordpol, Z das Zenith, also HPOQ der Meridian ist, so ist der Tagbogen aeb in e halbirt; denn da der Meridian auf dem Horizonte und dem Aequator senkrecht steht, die Tagkreise aber dem Aequator parallel sind, so steht er auch auf dem Horizonte und jedem Tagkreise senkrecht und es muß daher die Durchschnittslinie des Horizontes und eines Tagkreises auch auf dem Meridiane und folglich auch auf jeder in ihm durch den Treffungspunkt gehenden Linie, hier auf der Durchschnittslinie desselben mit dem Tagkreise, senkrecht stehen (G. 319 und §. 284, 2), also ab auf eh; denkt man durch den Mittelpunkt des Tagekreises nm $\#$ ab, so ist ja ne $=$ me $= 90^\circ$ und na $=$ mb (G. §. 191), also ae $=$ be. Wie, wenn der Tagkreis der Aequator, oder ein solcher Parallelkreis wäre, dessen kleinerer Theil über dem Horizonte liegt?

2) Ein Gestirn erreicht seine größte Höhe über dem Horizonte, wenn es kulminirt, d. h: in den Meridian gelangt; die Sonne also zu Mittage.

Denkt man sich von irgend einem Stande des Gestirnes einen Perpendikel (h) auf den Horizont, und im Tagkreise auf die Durchschnitslinie desselben mit dem Horizonte einen zweiten (p) und die beiden Treffungspunkte des Horizontes mit einander verbunden, so ist der dem p gegenüberliegende Winkel der Neigungswinkel des Tagkreises und des Horizontes (G. §. 323 und §. 315) und es steht: $h = p \,.\, \sin w$.

Wo auch immer das Gestirn in seinem Tagkreise über dem Horizonte steht, so bleibt doch w immer gleich groß, aber p ändert sich, zunehmend vor und abnehmend nach der Kulmination, indem es seinen größten Werth für den Halbirungspunkt des Tagbogens also beim Durchgange durch den Meridian erreicht; es wird daher auch bei der Kulmination die Höhe des Gestirnes, ein Produkt aus einem unveränderlichen und einem veränderlichen Faktor, am größten sein, weil da der veränderliche Faktor sein Maximum erreicht.

3) Die Größe des Tagbogens, mithin das Verweilen des Gestirnes über dem Horizonte (bei der Sonne also die Länge des Tages) wird durch seine Deklination (d) und durch die Polhöhe (p) bestimmt, was im Allgemeinen wohl leicht einzusehen ist, denn jene giebt seine Entfernung vom Himmelsäquator an, wovon die Größe des Tagkreises abhängt, und diese giebt die Entfernung des Ortes vom Erdäquator und dadurch die Größe des Tagbogens jenes Tagkreises an.

Haben in Fig. 27 HO, AQ, P und Z die bekannte Bedeutung, ist ac der halbe Tagkreis eines Gestirnes, also ab der halbe Tagbogen, zieht man für b den Deklinations-Viertelkreis PbB, so ist bB des aufgehenden Gestirnes nördliche Deklination und OP die Polhöhe des Ortes. Da nun $AP = PB = 90^\circ$ ist, so ist AB das Maaß des sph. Winkels APB (G. §. 399, III), und da AB und ab gleich viele Grade enthalten (G. §. 363, II), so wird der halbe Tagbogen auch durch den Winkel $APB = w$ gemessen. Dieser Winkel kann aber aus dem rechtw. sph. Dreiecke HPb berechnet werden wegen $HP = 180^\circ - p$, und $Pb = 90^\circ - d$; es ist (G. §. 407).

$$\cos w = \frac{\mathrm{tg}\,.\,HP}{\mathrm{tg}\,.\,Pb} = \frac{\mathrm{tg}\,(180^\circ - p)}{\mathrm{tg}\,(90^\circ - d)} = \frac{-\,\mathrm{tg}\,p}{\mathrm{cotg}\,d} = -\,\mathrm{tg}\,p\,.\,\mathrm{tg}\,d$$

Da der cos w hier negativ ist, so ist w also auch $ab > 90^\circ$ und mithin der ganze Tagbogen $> 180^\circ$ Für ein Gestirn mit südlicher Deklination, also für einen Tagkreis auf der anderen Seite des Aequators, wie a′c′ steht

$$\cos w = \frac{\mathrm{tg}\;HP}{\mathrm{tg}\,.\,Pb'} = \frac{\mathrm{tg}\;HP}{\mathrm{tg}\,(PB' + B'b')} = \frac{\mathrm{tg}\,(180^\circ - p)}{\mathrm{tg}\,(90^\circ + d)}$$

$$= \frac{-\,\mathrm{tg}\;p}{-\,\mathrm{tg}\,(90^\circ - d)} = \frac{-\,\mathrm{tg}\;p}{-\,\mathrm{cotg}\;d} = \frac{\mathrm{tg}\;p}{\mathrm{cotg}\;d} = \mathrm{tg}\;p\,.\,\mathrm{tg}\;d$$

Einfluß der Strahlenbrechung. (Ph. §. 161).

4) Die Verwandlung des berechneten Tagbogens in Zeit, oder die Bestimmung, wie lange ein Gestirn über dem Horizonte verweilt, ist leicht, da jedes Gestirn, wegen der gleichförmigen Rotation der Erde, auch seinen Tagkreis mit gleichförmiger Bewegung in 24 Stunden zurücklegt; woraus sich folgende leicht zu verstehende Vergleichung, wo Zeit- und Bogenminuten, Zeit- und Bogensekunden 2c. vorkommen, ergiebt.

24 St. $= 360^{\circ}$	1 M. $= \frac{1}{4}^{\circ} = 15'$	1 Sek. $= \frac{1}{240}^{\circ} = \frac{1}{4}' = 15''$
1 St. $= 15^{\circ}$	4 M. $= 1^{\circ}$	4 Sek. $= 1'$ u. s. w.

5) Wenn also eines Sternes Abstand vom Meridiane im Bogen seines Tagkreises bekannt ist, so läßt sich auch leicht bestimmen, nach wie langer Zeit er kulminiren wird, oder vor wie langer er kulminirt hat; denn enthält der Bogen 6 Grade so steht: $360^{\circ} : 6^{\circ} = 24$ St. : x St., also $x = \frac{2}{5}$ St. $= 24$ M.

Jener Abstand ist aber bekannt, wenn wir den Bogen des Aequators zwischen dem Meridiane des Ortes und dem Deklinationskreise des Gestirnes kennen, und dieser hängt wieder von dem ihn messenden Winkel am Pole zwischen dem Meridiane und diesem Deklinationskreise ab, weshalb dieser Winkel der Stundenwinkel des Gestirnes heißt. Wie groß ist der Stundenwinkel, wenn das Gestirn noch 1 St. 40 M. bis zur Kulmination braucht?

$$\left.\begin{array}{l}1 \text{ St.} = 15^{\circ}\\ 40 \text{ M.} = 10^{\circ}\end{array}\right\} \text{ also } 15^{\circ} + 10^{6} = 25^{\circ}$$

Wenn der Stundenwinkel nach der Kulmination 32° 20′ beträgt, wie viele Zeit ist nach der Kulmination verflossen?

$$\left.\begin{array}{l}30^{\circ}\ 2 \text{ St.}\\ 2^{\circ}\ \text{=}\ -8 \text{ M.}\\ 15'\ \text{=}\ -1\ -\\ 5'\ \text{=}\ -\ \text{=}\ -\ 20 \text{ Sek.}\end{array}\right\} \text{ also } 2 \text{ St. } 2 \text{ M. } 20 \text{ Sek.}$$

3) Auch die Sonne bewegt sich scheinbar in einem Parallelkreise; da sich aber täglich ihre Deklination ändert, so ist auch täglich ihr Tagkreis ein anderer, wie wohl sie zu zwei verschiedenen Malen des Jahres denselben Tagkreis hat, wobei nur die Wendekreise eine Ausnahme machen. Den 21. März ist der Aequator ihr Tagkreis, vom 21. März bis 21. Juni die Parallelkreise zwischen dem Aequator und dem nördlichen Wendekreise, indem sie sich immer diesem nähern; den 21. Juni selbst ist es der nördliche Wendekreis; von da bis zum 23. September sind es wieder

die Parallelkreise zwischen dem Aequator und dem Wendekreise, indem sie sich aber immer jenem nähern, so daß den 23. September selbst wieder der Aequator ihr Tagkreis ist; von da bis zum 21. März liegen die Tagkreise der Sonne zwischen dem Aequator und dem südlichen Wendekreise, in welchem sich die Sonne den 22. Dezember bewegt. Zugleich geht hieraus hervor, daß die Sonne nur den 21. März und den 21. September genau im Ostpunkte aufgeht und genau im Westpunkte untergeht. Wie verhält es sich damit in den Zwischenzeiten? Morgen- und Abendweite bezeichnen die Bogen des Horizontes zwischen dem Osten und dem Aufgangspunkte und zwischem dem Westen und dem Untergangspunkte. Auf der Aenderung der Größe des Tagbogens in der schiefen Himmelskugel beruht die Aenderung in der Länge der Tage, wovon im nächsten Paragraphe die Rede sein wird.

Wenn die Sonne ihren halben Tagbogen zurückgelegt hat, also kulminirt, ist die Mitte des Tages, oder der Mittag (meridies); daher heißt der die Tagbogen halbirende größte Himmelskreis der Meridiam.

7) Der Tag, als die Zeit der einmaligen Umdrehung der Erde um ihre Axe, muß auch die Zeit sein zwischen zwei auf einander folgenden oberen oder unteren Kulminationen desselben beliebigen Gestirnes; indessen muß man doch den Sterntag, als die Zeit zwischen zwei auf einander folgenden oberen Kulminationen eines Fixsternes, von dem Sonnentage, als der Zeit zwischen zwei solchen Kulminationen der Sonne, unterscheiden, da dieser länger als jener ist, wovon auch im nächsten Paragraphe der Grund zu finden ist, so wie auch davon, daß auch die Sterntage unter einander ungleich sind.

§. 43. Die Folgen der wahren jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne, welche nach der Ordnung der Zeichen geschieht, sind vorzüglich folgende:

1) Die scheinbare jährliche Bewegung der Sonne, ebenfalls nach der Ordnung der Zeichen (§. 31). Wir wissen schon, daß wir die Sonne, um welche wir uns bewegen, immer nach dem, dem wirklichen Orte der Erde diametral entgegengesetzten Punkte der Erdbahn versetzen; daß, da die Erdbahn und die Ekliptik dieselbe Ebene sind, der Himmelsäquator, also auch der Erdäquator, die Erdbahn unter einem Winkel von $23\frac{1}{2}^{0}$ schneidet, daß also die Erd-

bahn halb über und halb unter dem Himmelsäquator liegt. Hieraus folgt, daß sich die Erde in der unter dem Aequator liegenden Hälfte ihrer Bahn befindet, wenn wir die Sonne ihre täglichen Parallelkreise über derselben beschreiben sehen (vom 21. März bis 23. September), und im umgekehrten Falle (vom 23. September bis 21. März) auch umgekehrt.

Die Zeit, welche die Erde zu einem Umlaufe um die Sonne braucht, heißt ein Jahr. Man unterscheidet aber ein siderisches, ein tropisches und ein mittleres tropisches Jahr. Der Grund hiervon ist folgender: Einen Umlauf hat die Erde vollendet, wenn sie zu demselben Punkte ihrer Bahn zurückgekehrt ist, was nur daran erkannt werden kann, daß man die Sonne wieder an derselben Stelle des Himmels, d. i. bei demselben Fixsterne stehen sieht; also ist hiernach auch ein Jahr die Zeit, welche die Sonne bei ihrer scheinbaren Bewegung am Himmel braucht, um wieder zu demselben Fixsterne zurückzukehren. Diese sich stets gleich bleibende Zeit heißt ein siderisches Jahr, ein Sternjahr; es beträgt etwas mehr als 365 Tage 6 Stunden. (365,25637 T.) Durchschnitten sich nun der Aequator und die Ekliptik unveränderlich in demselben Punkte, so müßte die Zeit, in welcher die Sonne vom Frühlingspunkte bis wieder dahin zurückkommt, genau der Zeit des siderischen Jahres gleich sein; da aber nach astronomischen Beobachtungen die Lage dieses Punktes sich ändert, indem der Aequator auf der Ekliptik von Osten nach Westen jährlich, wenn auch nur sehr wenig, vorrückt, (50,1″) er selbst also der Sonne auf ihrer scheinbaren Bahn etwas entgegenkommt, diese ihn mithin auch etwas früher erreicht, als wenn er seine Stelle unverändert behalten hätte, so ist die Zeit eines solchen Umlaufes etwas kürzer als ein siderisches Jahr, natürlich um so viel, als die Sonne zum Durchlaufen eines Bogens von 50 Sekunden braucht, was etwa 20 Minuten 24,34 Sek. beträgt; sie heißt ein tropisches Jahr. Da aber diese tropischen Jahre wegen des ungleichen Vorrückens des Frühlingspunktes wieder unter einander ungleich sind, so haben die Astronomen ein mittleres tropisches Jahr von 265 Tagen 5 Stunden 48 Minuten 47,8091 Sekunden angenommen.

Das Zurückgehen der Nachtgleichenpunkte, d. h. das Rücken derselben von Osten nach Westen, also das der Sterne in Bezug auf sie von Westen nach Osten, ist der Grund, warum die 12 Sternbilder, als Widder, Stier, Zwillinge

u. s. w. von den gleichnamigen Zeichen unterschieden werden müssen; vor 2000 Jahren fielen sie zusammen, jetzt steht aber jedes Sternbild 30° östlicher als das gleichnamige Zeichen. (§. 10.)

2) Eine Folge der Bewegung der Erde um die Sonne ist auch dieses, daß ein Sonnentag länger als ein Sterntag ist. Nach einmaliger Umdrehung erhält die Erde den Firstern wieder in denselben Meridian; da sie aber während dieses Einen Umschwunges auch zugleich in ihrer Bahn um etwa 1° fortgerückt ist, so muß sie sich noch um etwas drehen, um auch die Sonne in denselben Meridian zu erhalten. Beziehen wir die Erscheinung auf die scheinbare Bewegung der Sonne, so können wir so urtheilen; Kulminirt heute die Sonne gleichzeitig mit irgend einem Firsterne und rückt sie hierauf nach Osten, so muß ja auch morgen bei der Kulmination dieses Firsternes, wo ein Sterntag endet, die Sonne östlich vom Meridiane stehen, also erst später selbst kulminiren, mithin muß der Sonnentag länger sein, als ein Sterntag.

3) Eine Folge der Ellipsenform der Erdbahn ist die Ungleichheit in der Länge der Sonnentage. Die Bewegung der Erde in der Ellipse ist ungleichförmig, im Perihelium am schnellsten und im Aphelium am langsamsten, mithin muß es auch die scheinbare Bewegung der Sonne sein, d. h. die Bogenstücke, um welche sie täglich nach östlichen Sternen rückt, sind ungleich, mithin auch die Zeit, um welche sie später als ein bestimmter Firstern kulminirt, ungleich. Diese Ungleichheit wird aber nicht blos durch das ungleiche Fortrücken der Sonne hervorgebracht, sondern auch durch die Lage der Ekliptik zum Aequator, welche, selbst wenn die Sonne sich gleichförmig in der Ekliptik bewegte, doch eine ungleiche Länge der Sonnentage bewirken würde, denn offenbar braucht ein Bogen um die Sonnenwende, welcher zum Aequator fast parallel ist, mehr Zeit durch den Meridian zu gehen, als ein gleich großer um die Nachtgleiche, der mit dem Aequator einen Winkel bildet, um mit einem kleineren Bogen desselben gleich lange durch den Meridian geht.

Im praktischen Leben wird nach Sonnentagen, und zwar nach mittleren gerechnet; diese sind alle einander gleich, indem der mittlere Sonnentag etwa das Mittel ist, aller wahren also ungleich großen Sonnentage des ganzen Jahres. Er ist eigentlich der Tag, der in der Wirklichkeit

dann statt finden würde, wenn die Sonne den Aequator mit gleichförmiger Bewegung in derselben Zeit zurücklegte, welche sie für die Ekliptik bei ungleichförmiger Bewegung braucht; sie müßte dann täglich einen Bogen von 59′ 8,3″ zurücklegen. Offenbar würde bei dieser Annahme die Sonne, da sie täglich um denselben Bogen auf dem Aequator, der senkrecht auf dem Meridiane steht, von Westen nach Osten rückte, auch täglich genau um dieselbe Zeit später als der Himmelspunkt, mit welchem sie Tages vorher kulminirte, durch den Meridian gehen, und der Sonnentag würde immer um dasselbe den Sterntag übertreffen, so gut wie dieser daher an Dauer unveränderlich sein. Wir können daher auch sagen: ein mittlerer Sonnentag ist die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Kulminationen einer Sonne, welche wir uns gleichförmig im Aequator bewegend denken.

Ein Sterntag hat 24 Stunden,

Ein Sonnentag = 24 Stunden 3 Min. 56½ Sek. Sternzeit, denn nach Verlauf eines Jahres hat ein Firstern einen Umlauf mehr als die Sonne gemacht, enthält daher das tropische Jahr 365¼ Tage, so hat die Sonne 365¼, der Firstern aber 366¼ Umläufe gemacht, und es steht mithin: Sonnentag : Sterntag = 366¼ : 365¼,

Sonnentag — Sterntag : Sterntag = 1 : 365¼, d. h. die Zeit, um welche ein Sonnentag den Sterntag übertrifft, ist der 365¼ Theil eines Sterntages. Enthält aber ein mittlerer Sonnentag 24 Stunden, so hat ein Sternentag 23 St. 56 M. 4,1 Sek. mittlere Sonnenzeit; was folgende Proportion ergiebt: 24 — 3 — 56½ : 24 = 24 : x.

Führen wir den Sterntag und den wahren Sonnentag auf mittlere Sonnenzeit zurück, so ist:

Ein mittlerer Sonnentag	=	24 Stunden
Ein Sternentag	=	23 St. 56′ 4,091″
Ein wahrer Sonnentag	=	24 St. 0′ 30″ im Maximum zu Ende des Dezembers. 23 St. 59′ 39′ im Minimum in der Mitte des Septembers.

Astronomische Uhren zeigen Sternzeit oder mittlere Sonnenzeit, unsere Taschen und Pendeluhren mittlere, die Sonnenuhren aber wahre Sonnenzeit. Der Unterschied zwischen wahrer und mittlerer Sonnenzeit heißt die Zeitgleichung, auf welche sich in den Kalendern die Tafeln zur Stellung der Uhren gründen. Vier Male des Jahres, nämlich den 14. April, den 14. Juni, den 31. August und

den 23. Dezember, oder an den darauf folgenden Tagen, sind mittlere und wahre Sonnenzeit einander gleich. Vom 23. Dezember bis 14. April und vom 14. Juni bis 31. August ist die wahre Zeit hinter der mittleren zurück, dort am meisten Mitte Februar (14′ 34″) hier am meisten Mitte Juli (6′ 9″). Dagegen ist vom 14. April bis 14. Juni, und eben so vom 31. August bis 23. Dezember die wahre Zeit der mittleren voraus, dort am meisten Mitte Mai (3′ 55″) hier am meisten Anfang November (16′ 16″)

Man unterscheidet auch bürgerliche Tage und astronomische; ein bürgerlicher Tag, die Zeit von einer Mitternacht bis zur nächsten Mitternacht wird eben so in 24 Stunden eingetheilt, wie der astronomische Tag, die Zeit von einem Mittage bis zum nächsten, aber bei jenem zählt man von Mitternacht bis Mittag von 1 bis 12, und von Mittag bis Mitternacht wieder von 1 bis 12, bei diesem aber von einem Mittage bis zum anderen von 1 bis 24. Eben so giebt es auch ein astronomisches und ein bürgerliches Jahr: jenes, das mittlere tropische Jahr enthält 365 T. 5 St. 48 M′ $51\frac{1}{3}$ Sek.; dieses aber 365 oder 366 Tage. Der zwölfte Theil des mittleren tropischen Jahres, nämlich 30 T. 10 St. 29 M. $4\frac{1}{3}$ Sek., heißt ein Sonnenmonat oder ein astronomischer Monat.

Wegen der Unbequemlichkeit der Rechnung im gewöhnlichen Leben nach Stunden, Minuten, Sekunden, hat man bürgerliche Monate aus lauter Tagen gemacht, u. zwar

1 (Februar)	zu 28 Tagen .	28
4 (April, Juni, Septbr. Novbr.) .	zu 30 " also	120
7 (Jannar, März, Mai, Juli, August, Oktober, Dezember) .	zu 31 " also	217
		365

Die 5 St. 48 Min. $51\frac{1}{3}$ Sek. geben in 4 Jahren fast 1 Tag, deshalb enthält das 4. Jahr einen Tag mehr, nämlich 366 Tage, und heißt, weil dieser Tag im Februar eingeschaltet wird, wodurch dieser Monat 29 Tage erhält, ein Schaltjahr, während die anderen gemeine Jahre genannnt werden. Da man aber bei jedem Schaltjahre einige Minuten zu viel genommen hat, so entsteht wieder eine Unrichtigkeit, welche durch Auslassung dreier Schaltjahre in 400 Jahren behoben wird, so wie auch die nach dieser Rektifikation noch entstehende unbedeutende Unrichtigkeit durch Unterdrückung eines Schalttages in je 3600 Jahren. Bei jenen 400 Jahren werden immer diejenigen

Schaltjahre zu gemeinen gemacht, deren Jahreszahl ein volles Hundert ist und dabei von der Beschaffenheit, daß nach Weglassung der Nullen die noch zurückgebliebenr Zahl sich nicht durch 4 ohne Rest theilen läßt; 1700, 1800 waren deshalb keine Schaltjahre, 1900 wird es auch nicht sein, wohl aber 2000. Es bestehen daher 400 Kalenderjahre aus 300 + 3 = 303 gemeinen Jahren und 100 — 3 = 97 Schaltjahren.

4) Endlich sind noch Folgen der Ellipsenbewegung der Erde um die Sonne, daß uns diese im Sommer, wo die Erde sich in der Hälfte des Apheliums, also in den größeren Entfernungen, bewegt, unter kleineren Durchmessern erscheint, als im Winter, wo die Erde die Hälfte des Periheliums beschreibt, und daß die Sonne sich über dem Aequator länger (92 T. 22 St. + 93 T., 14 St. = 186 T. 12 St.) aufhält als unter demselben (89 T. 17 St. + 89 T., 1 St. = 197 T. 18 St.), da die Erde auf ihrer Bahn in der Hälfte des Apheliums längere Zeit als in der des Periheliums verweilt.

§. 44. Die Folgen der beiden Bewegungen der Erde und der Neigung der Erdaxe gegen die Erdbahn sind 1) die verschiedene Dauer der Tage und Nächte an verschiedenen Orten der Erde, und die veränderliche Länge derselben an einem und demselben Orte und 2) die Jahreszeiten.

Die der Sonne zugewendete Erdhälfte wird von dieser erleuchtet, während die von ihr abgewendete dunkel bleibt; die Lichtgränze, d. i. die Gränze zwischen der erleuchteten und der dunkeln Hälfte, ist jedesmal der größte Erdkreis, welcher auf der die Mittelpunkte der Sonne und der Erde verbindenden geraden Linie senkrecht steht. Jeder Ort in der beleuchteten Erdhälfte hat Tag, jeder in der dunkeln aber Nacht; daher kann man von der Tag- uud Nachtseite der Erde sprechen. Hätte die Erde weder eine Axenbewegung noch eine Bewegung im Raume, so müßte ihre eine Hälfte einen ewigen Tag, die andere eine ewige Nacht haben. Hätten sie zwar beide Bewegungen, stünde dabei aber ihre Axe auf ihrer Bahu senkrecht, so müßten alle Orte der Erde einen immerwährenden Wechsel zwischen zwölfstündigen Tagen und zwölfstündigen Nächten haben; hat sie aber diese beiden Bewegungen und ist ihre Axe zur Erdbahn geneigt, so findet auf der Erde nicht nur der Wechsel zwischen Tag und Nacht statt, sondern auch noch eine große Mannigfaltigkeit in der Länge derselben, weil die nördliche und die

südliche Erdhälfte bald gleich, bald ungleich dem Raume nach beleuchtet werden, wie es folgende Auseinandersetzung deutlicher macht. Die Erdaxe, welche in Fig. 28 in den vier angenommenen Hauptlagen der Erde mit ns bezeichnet ist, behält immer die Neigung von 66½° zur Erdbahn, ist aber zur Sonne verschieden gerichtet; in II ist der Nordpol der Sonne zu- und der Südpol von ihr abgewendet, in IV findet das Umgekehrte, in I und III aber weder das Eine noch das Andere statt. In I und III geht daher die Lichtgränze durch die Pole, in II erstreckt sie sich 23½° hinter den Nordpol und eben so viel vor den Südpol, also dort bis zum nördlichen, hier bis zum südlichen Polarkreise, denn $Smn' = 90°$, aber $Smn = 66\frac{1}{2}°$, also $nmn' = 23\frac{1}{2}°$; in IV hat die Lichtgränze die umgekehrte Lage. In I und III steht die Sonne also senkrecht über dem Erdäquator, in II senkrecht über dem Krebswendekreise, in IV senkrecht über dem Steinbockswendekreise. Dreht sich nun die Erde einmal in I (21. März) und III (23. September) um die Axe, so haben alle Orte derselben 12 Stunden Tag und 12 Stunden Nacht, weil sie eben so lange in der Tag- als in der Nachtseite bleiben; in II (21. Juni) bleibt die nördliche Erdzone vom Polarkreise an ganz in der Tagseite, so wie die ihr entgegen gesetzte ganz in der Nachtseite; in IV (22. Dezember) findet das Umgekehrte statt. Schon die Ansicht der Lage II zeigt, a) daß zu dieser Zeit in der nördlichen Halbkugel die Tage länger als in der südlichen sind, und zwar desto länger in jener, desto kürzer in dieser, je näher ein Ort den Polen liegt, weil er sich desto längere oder desto kürzere Zeit in der Erleuchtung bei der täglichen Rotation befindet, b) daß, da während der Bewegung der Erde von I nach II die Lichtgränze ns nach und nach in n's' übergeht, der Tag eines jeden nördlichen Ortes nach und nach verlängert, eines jeden südlichen nach und nach verkürzt wird, so daß für jenen die größte Länge und für diesen die größte Kürze statt findet, wenn die Erde in II ist, c) daß der Nordpol während dieses Vierteljahres immer in der erleuchteten, so wie der Südpol immer in der dunklen Erdhälfte bleibt, jener also fortwährend Tag und dieser fortwährend Nacht hat.

Geht die Erde von II nach III, so geht die Erleuchtungsgränze von n's' wieder nach und nach zurück in ns und es finden daher die umgekehrten Erscheinungen statt. Die Tage in der nördlichen Erdhälfte werden kürzer, in der südlichen länger, indem sie sich in beiden zwölf Stun-

den, aber auf entgegengesetzte Weise nähern, was sie wirklich werden, sobald die Erde nach III gelangt. Da der Nordpol auch hier wieder immer beleuchtet, der Südpol immer unbeleuchtet war, so liegt jener überhaupt, so lange sich die Erde von I über II nach III bewegt, in der beleuchteten und dieser in der dunklen Erdhälfte, weshalb dort ein halbjähriger Tag und hier eine halbjährige Nacht dauert. Von III bis IV findet das Umgekehrte der Erscheinungen von I bis II statt, so wie die Erscheinungen von IV bis I denen von II bis III entgegen gesetzt sind.

Geben wir die Erklärung durch die scheinbare Bewegung der Sonne in der Ekliptik, so werden wir so sagen: Steht die Sonne im Aequator, so erleuchtet sie gleichzeitig die Nord- und Südhälfte der Erde zur Hälfte, steht sie über dem Aequator, so erleuchtet sie von jener mehr als von dieser, steht sie unter demselben, aber mehr von dieser als von jener.

Ist die Sonne im Frühlingsnachtgleichepunkte, (den 21. März) so geht die Lichtgränze durch die Erdaxe, also auch durch die Pole, und bei der Umdrehung der Erde um ihre Axe wird jeder Erdpunkt eben so lange in der Erleuchtung als in der Dunkelheit verweilen, also 12 Stunden Tag und 12 Stunden Nacht haben. Rückt die Sonne vom Frühlingspunkte nördlich herauf, so dehnt sich die Lichtgränze hinter den Nordpol aus wie sie sich vom Südpole zurückzieht, und zwar immer um so viele Grade dort weiter und hier zurück, als sie sich Grade vom Aequator entfernt; hat sie also den nördlichen Wendekreis erreicht (den 21. Juni), so fällt die Lichtgränze $23\frac{1}{2}°$ hinter den Nordpol, so wie sie sich um $23\frac{1}{2}°$ vom Südpole zurückgezogen hat, wie in Fig. 28, wo die Lichtgränze vom 21. März bis 21. Juni aus der Lage ns in die Lage n's' (wenn die Durchmesser statt der Kreise genommen werden) überging u. s. w. Wir wollen noch die Dauer der Tage auf die Tagkreise der Sonne zurückführen. Der Tag am Aequator, wo die Himmelskugel eine senkrechte ist, dauert stets 12 Stunden und die Nacht eben so lange, weil der Tagkreis der Sonne, der Himmelsäquator, als größter Kugelkreis halb über und halb unter dem Horizonte liegt. Der Tag an den Polen, wo die Himmelskugel eine parallele ist, dauert immer ein halbes Jahr und die Nacht eben so lange, da ja die Sonne ihre Tagkreise zwischen dem Aequator und dem nördlichen Wendekreise ein halbes Jahr über dem Horizonte, das erste Vierteljahr sich erhebend und das

zweite Vierteljahr sich senkend, und eben so ihre Tagkreise zwischen dem Aequator und dem südlichen Wendekreise ein halbes Jahr unter dem Horizonte, das erste Vierteljahr sich senkend und das zweite sich erhebend, beschreibt. Für einen Ort zwischen dem Aequator und einem Pole ist die Himmelskugel eine schiefe; für einen Ort in der nördlichen Halbkugel, z. B. an unserem Wohnorte, werden wir so urtheilen: Befindet sich die Sonne im Frühlinsnachtgleichepunkte (den 21. März), so ist ihr Tagkreis der Aequator, und der Tag und die Nacht dauern zu 12 Stunden; je mehr sich nun die Sonne dem nördlichen Wendekreise nähert, desto kleiner werden zwar ihre Tagkreise, desto größer aber ihre Tagbogen, worauf es hier allein ankommt, und die Tage nehmen daher zu, die Nächte ab, bis der nördliche Wendekreis selbst der Tagkreis der Sonne wird (den 21. Juni), an welchen der längste Tag und die kürzeste Nacht geknüpft ist. Geht nun die Sonne zurück von dem nördlichen Wendekreise nach dem Aequator, so werden ihre bisherigen letzten Tagkreise die ersten, so wie die ersten die letzten, daher in der Tageslänge die Umkehrung statt findet, d. h. die Tage werden kürzer, die Nächte länger, bis sie sich wieder, wenn die Sonne den Aequator erreicht (den 23. September), gleich werden. Senkt sich die Sonne unter den Aequator, so werden ihre Tagbogen immer mehr kleiner als die Hälfte der Tagkreislinien, also die Tage immer kürzer, so wie die Nächte immer länger, bis der Tag am kürzesten, die Nacht am längsten wird, wenn die Sonne ihren Tagbogen im südlichen Wendekreise selbst hat (den 22. December); indem sich die Sonne endlich von diesem Wendekreise nach dem Aequator erhebt, werden ihre Tagbogen wieder größer, der Tag nimmt von seinem Minimum zu, die Nacht von ihrem Maximum ab, bis sie wieder, wenn die Sonne den Aequator erreicht hat, einander gleich werden.

Bei einer nördlichen Polhöhe von $66\frac{1}{2}°$, d. i. auf dem nördlichen Polarkreise, erhebt sich der Aequator (§. 16) unter $23\frac{1}{2}°$ über den Horizont, mithin muß der um so viel vom Aequator entfernte nördliche Wendekreis, der Tagekreis der Sonne am 21. Juni, schon ganz über dem Horizonte liegen, und der längste Tag unter $66\frac{1}{2}°$ Breite dauert daher 24 Stunden. Für einen Ort von 80° nördlicher Breite erhebt sich der Aequator nur um 10° über den Horizont und der erste ganz über derselben liegende Tagkreis der Sonne ist der um 10° vom Aequator entfernte; Die Sonne bleibt ihm nun so lange über dem Horizonte, als sie Zeit

bedarf, alle Tagkreise von 10 — 23½° und zurück von 23½ — 10° Declination zu durchlaufen. Es ist also leicht einzusehen, daß je mehr die nördliche Breite eines Ortes 66½° übertrifft, die Länge des Tages sich desto mehr einem halben Jahre nähert, was die Länge eines Tages des Nordpoles selbst ist. Wie es sich gleichzeitig in der Südhälfte der Erde verhält, und wie in den zwei Erdhälften überhaupt, wenn die Sonne sich in der südlichen Hälfte der Ekliptik bewegt ist leicht von selbst einzusehen.

Alle Orte zwischen dem Aequator und den Polarkreisen haben also das gemeinschaftlich, daß binnen 24 Stunden Tag und Nacht wechseln, daß die Tage vom 21. März bis 21. Juni zunehmen von 12 Stunden bis zum Maximum, vom 21. Juni bis 23. September abnehmen vom Maximum bis 12 Stunden, vom 23. September bis 22. Dezember weiter abnehmen von 12 Stunden bis zum Minimum, vom 22. Dezember bis 21. März aber zunehmen vom Minimum bis zu 12 Stunden; daß sie also alle den 21. März und 23. September Tag und Nacht gleich haben, den 21. Juni den längsten Tag und die kürzeste Nacht, den 22. Dezember aber den kürzesten Tag und die längste Nacht. Die Maxima und die Minima bestimmt die geographische Breite des Ortes.

Da nun endlich die Tagbogen der Sonne für einen Ort in der nördlichen Erdhälfte die Nachtbogen für den entgegengesetzt liegenden Ort in der südlichen sind, und umgekehrt; da ferner, wenn jener zwischen dem nördlichen Wendekreise und dem Nordpole liegt, dieser zwischen dem südlichen Wendekreise und dem Südpol die Sonne so lange nicht über seinem Horizonte hat als sie dort über demselben ist, so haben zwei solche Gegenpunkte der Erdkugel entgegengesetzte Tages- und Nachtlängen. Der eine hat den längsten Tag, wenn der andere den kürzesten, Tag- und Nachtgleiche aber zusammen; jedoch immer so, daß der kürzeste Tag des einen mit der kürzesten Nacht des andern, eben so der längste Tag mit der längsten Nacht, wie der zwölfstündige Tag mit der zwölfstündigen Nacht zusammentrifft.

§. 45. Auf der Beleuchtung der Erde durch die Sonne beruht die Dauer der Tage, auf der Erwärmung aber die Jahreszeiten. Die Sonnenstrahlen haben das Eigenthümliche, daß sie die meiste Wärme entwickeln, wenn sie senkrecht, aber desto weniger, je schiefer oder unter je spitzeren

Neigungswinkeln sie auffallen, d. h. je mehr die Richtung, in welcher sie wirken, von der senkrechten Richtung abweicht. Ein Sonnenstrahl fällt auf die Erdkugel senkrecht auf, wenn er verlängert gedacht, den Mittelpunkt derselben trifft, weil er dann auf der Ebene, welche die Erde im Treffungspunkte tangirt, senkrecht steht. Steht nun die Sonne im Aequator, wie in Fig. 29, wo die Kreise in derselben durch die Mittelpunkte der Sonne und der Erde gehenden Ebene gelegene Durchschnitte dieser zwei Weltkörper sind, so wird von den wegen der außerordentlichen Entfernung der Sonne stets auf die Erde parallel auffallenden Strahlen der in D, welcher M trifft, senkrecht, alle übrigen aber schief auffallen. Denkt man sich einen schief auffallenden Strahl im Erdkörper verlängert, so wird der Winkel, welchen derselbe mit dem Erdradius des Treffnngspunktes bildet, seinen Neigungswinkel zur tangirenden Ebene zu 90^{0} ergänzen. Nimmt man nun $DB = DB'$, $DC = DC'$ u. s. w. an, so sind auch die zu DB, DB', ferner zu DC und DC' gehörenden Zentriwinkel einander gleich, mithin auch die Winkel, welche die Lichtstrahlen in B und B' mit den Radien MB und MB' und eben so in C und C' mit MC und MC' bilden; also $x = x'$, $y = y'$, mithhin auch $(90 - x) = (90 - x')$ und $(90 - y) = (90 - y')$, dabei aber $y > x$ und $y' > x'$, mithin auch $(90 - y) < (90 - x)$ und $(90 - y') < (90 - x')$. Ist aber die Sonne über dem Himmelsäquator, wie in Fig. 30, und ist wieder $DB = DB'$, so ist doch, wegen $x' = v$ und $v = w$, natürlich $x' > w$, mithin auch $(90 - x') < (90 - w)$. Hieraus folgt daher: wenn die Sonne im Aequator steht, fallen auf den Erdäquator selbst die Sonnenstrahlen senkrecht, auf die nördlichen und südlichen Parallelkreise derselben Breite schief, aber unter genau denselben Winkeln; ist aber die Sonne über dem Himmelsäquator, so fallen sie auf die südlichen Parallelkreise schiefer, d. i. unter kleineren Neigungswinkeln, als auf die nördlichen derselben Breite, so wie, wenn die Sonne unter dem Himmelsäquator ist, das Umgekehrte statt findet. Durchläuft also die Sonne die nördliche Hälfte der Ekliptik, so wirkt sie auf die nördliche Erdhälfte stärker erwärmend als auf die südliche, jene hat daher die wärmeren, diese die kälteren Jahreszeiten; durchläuft aber die Sonne die südliche Hälfte dieser scheinbaren Bahn, so wird die südliche Erdhälfte stärker als die nördliche erwärmt, weshalb auch eine Umkehrung in den Jahreszeiten statt finden muß. Tritt die Sonne in den Frühlingsnachtgleiche-

punkt, so beginnt in der nördlichen Erdhälfte der Frühling, in der südlichen der Herbst; hat sie den nördlichen Wendekreis oder ihre größte nördliche Abweichung erreicht, so beginnt dort der Sommer, hier der Winter; tritt sie in den Herbstnachtgleichepunkt, so fängt dort der Herbst, hier der Frühling, an und hat sie endlich den südlichen Wendekreis oder ihre größte Deklination erreicht, so beginnt dort der Winter, hier der Sommer.

Orte derselben Breite haben gleiche Jahreszeiten; Orte von gleicher aber entgegengesetzter Breite haben entgegengesetzte Jahreszeiten, so wie Orte von um 180° verschiedenen Längen entgegengesetzte Tageszeiten. Hieraus folgt: daß die Gegenfüßler (antipodes), d. i. die Bewohner diametral entgegengesetzter Erdpunkte, solche also, welche gleiche aber entgegengesetzte Breiten und um 180° verschiedene Längen haben, entgegengesetzte Jahres- und Tageszeiten, die Nebenwohner (perioeci), d. i. die Bewohner entgegengesetzter Punkte eines und desselben Parallelkreises oder solcher Punkte, welche dieselbe Breite, aber um 180° verschiedene Längen haben, gleiche Jahres- aber entgegengesetzte Tageszeiten, und die Gegenwohner (antoeci) endlich, d. i. die Bewohner desselben Meridianes in entgegengesetzten Breiten, also solcher Erdpunkte, welche dieselbe Länge und gleiche, aber entgegengesetzte Breiten haben, gleiche Tages- aber entgegensetzte Jahreszeiten haben müssen. Die Polarbewohner sind Gegenfüßler und Gegenwohner zugleich, so wie die Aequatorialbewohner, welche 180° von einander entfernt sind, Gegenfüßler und Nebenwohner zugleich sind.

§. 46. Auf die Beleuchtung und Erwärmung der Erde durch die Sonne gründet sich die Eintheilung ihrer Oberfläche in fünf Zonen, nämlich eine heiße, zwei gemäßigte und zwar eine nördliche und eine südliche gemäßigte und zwei kalte, und zwar wiederum eine nördliche und eine südliche kalte Zone.

Die heiße Zone wird durch die beiden Wendekreise begränzt, liegt also halb in der nördlichen halb in der südlichen Erdhälfte; die nördliche gemäßigte durch den nördlichen Wendekreis und den nördlichen Polarkreis, die südliche gemäßigte durch den südlichen Wendekreis und den südlichen Polarkreis; die nördliche kalte Zone ist die Endzone des nördlichen, die südliche kalte die Endzone des südlichen Polarkreises. In der heißen Zone fallen die Sonnenstrahlen zu Mittage jedem Orte zwei Male im Jahre

senkrecht, in der gemäßigten immer schief, in der kalten noch schiefer auf. Nach dem Schatten, welchen die Bewohner der Erde, von der Mittagssonne beschienen, werfen, heißen die der heißen unschattige (ascii) an den zwei Tagen im Jahre, wo sie die Mittagssonne senkrecht über sich haben, zweischattige (amphiscii) die übrige Zeit, weil der Schatten theils nach Norden, theils nach Süden fällt, je nachdem die Sonne in Süden oder in Norden steht — die der gemäßigten aber einschattige (heteroscii), weil in der nördlich gemäßigten die Mittagssonne in Süden, in der südlich gemäßigten in Norden steht, dort also der Mittagsschatten immer nur nach Norden, hier immer nur nach Süden fällt — die der kalten endlich umschattige (periscii), weil der Schatten, so lange die Sonne nicht untergeht, nach allen Seiten rings herum fällt.

Die heiße Zone hat einen heiteren langen Sommer und eine kurze Regenzeit, die kalten Zonen haben einen strengen langen Winter und einen kurzen Sommer, nur in den gemäßigten Zonen treten die vier Jahreszeiten hervor, wenn auch mit einer großen Verschiedenheit, je nachdem die Orte der heißen oder den kalten Zonen näher liegen. In der heißen Zone wechseln bei jedem Umschwunge der Erde, also binnen 24 Stunden, Tag und Nacht; dasselbe findet in den gemäßigten Zonen statt, nur daß hier die Länge der Tage größer als dort ist; in der kalten Zone sind zu gewissen Zeiten die Tage zu 24 Stunden und darüber bis zu einem halben Jahre, und zu anderen eben so die Nächte.

Eine andere weniger wichtige Eintheilung der Oberfläche der Erde in Zonen ist die der so genannten Klimate. Die Oberfläche jeder Erdhälfte wird in 30 Zonen getheilt, und zwar vom Aequator bis zum Polarkreise, wo der Tag von 12 bis 24 Stunden zunimmt, in 24 Zonen, in deren jeder der längste Tag um eine halbe Stunde wächst (halbstündige Klimate), und von dem Polarkreise bis zum Pole, wo der Tag von 24 Stunden bis zu einem halben Jahre zunimmt, in 6 Zonen, in deren jeder der längste Tag um einen Monat zunimmt (sechsmonatliche Klimate). Jene Zonen werden mit der Entfernung vom Aequator immer schmäler, diese mit der Entfernung vom Polarkreise immer breiter. Die Breiten dieser Zonen folgen vom Aequator nach den Polen etwa so auf einander: 8° 34′, 8° 10′, 7° 28′, 6° 36′, 5° 43′, 4° 53′, 4° 8′, 3° 30′, 2° 58′, 2° 31′, 2° 7′, 1° 49′, 1° 33′, 1° 19′, 1° 7,′ 57′, 48′, 39′, 32′, 26′, 20′, 13′, 8′, 3′ — 46′,

2° 26′, 3° 48′, 4° 49′, 5° 39′, 6° 10′, deren Summe auch 90° giebt.

Die Gränzen der ersten 24 Klimate lassen sich leicht nach der in §. 42, 3 entwickelten Formel, welche den halben Tagbogen (x), die Deklination (d) und die Polhöhe (p) enthält, berechnen. Es folgt aus ihr $\text{tg } p = \frac{-\cos x}{\text{tg } d}$ Nun ist hierin d die Deklination der Sonne am längsten Tage, also gleich der Schiefe der Ekliptik = $23\frac{1}{2}°$, und x bestimmt sich für jedes Klima leicht, denn an der Gränze des ersten Klimas soll der längste Tag $12\frac{1}{2}$ Stunden seyn, also muß der Tagbogen $180° + \frac{180°}{24} = 180 + 7° 30'$, der halbe also $= 90° + 3° 45' = 93° 45'$, und so wird der halbe Tagbogen an der Gränze eines jeden folgenden Klimas, weil der Tag immer um eine halbe Stunde zunehmen soll, um 3° 45 größer werden, es folgen also nun die Tagbogen 97° 30′, 100° 75′ u. s. w., und die Tangenten der Polhöhe oder der Breite, in welche die Gränzen des ersten, zweiten, dritten u. s. w. Klimas fallen, werden in derselben Ordnung ausgedrückt durch $\frac{-\cos 93° 45'}{\text{tg } 23° 30'}, \frac{-\cos 97° 30'}{\text{tg } 23° 30'}, \frac{-\cos 100° 75'}{\text{tg } 23° 30'}$ ꝛc.
oder $\frac{\sin 3° 45'}{\text{tg } 23° 30''}, \frac{\sin 7° 30'}{\text{tg } 23° 30'}$ u. s. w. oder
$\sin 3° 45' . \text{ctg } 23° 30', \sin 7° 30' \text{ ctg } 23° 30°'$, woraus sich auch leicht die Entfernungen der Gränzen der einzelnen Klimate finden lassen.

Die Berechnung der Gränzen der übrigen sechs Klimate beruht auf folgender Ueberlegung. Indem sich die Sonne vom Frühlingsnachtgleichepunkte bis zum nördlichen Wendekreise bewegt, also 90° ihrer Bahn macht, bewegt sich die Erleuchtungsgränze vom Nordpole bis zum Polarkreise, so wie zurück von jenem zu diesem, wenn die Sonne die nächsten 90° ihrer Bahn macht. Die Entfernung der Erleuchtungsgränze vom Nordpole hängt von der Deklination (d) der Sonne ab, diese aber von ihrer Länge (l) und der Schiefe der Ekliptik (e) nämlich: $\sin d = \sin l . \sin e$.

Theilt man nun 90° in 6 gleiche Theile, also zu 15°, so giebt jene Formel die Entfernung der Gränze des ersten, zweiten u. s. w. Klimas vom Nordpole an gerechnet, für l = 15°, l = 30° u. s. w., und aus diesen Gränzen sind die Breiten der 6 Klimate leicht zu berechnen.

§. 47. Der Mond bewegt sich in einer Ellipse um die Erde und begleitet zugleich diese bei ihrer Bewegung um die Sonne, von welcher er, wie sie, Licht und Wärme erhält. Was bei der Erde in Bezug auf die Sonne Aphelium und Perihelium oder Sonnenferne und Sonnennähe sind, das sind beim Monde in Bezug auf die Erde Apogäum und Perigäum oder Erdferne und Erdnähe. Die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde beträgt 51445 Meilen oder etwa 60 Erdhalbmesser. Die Haupterscheinungen am Monde, welche sich aus seinen Bewe-

gungen und der Neigung seiner Bahn zur Erdbahn erklären lassen, sind etwa folgende:

1) Der Mond rückt täglich zu östlicheren Sternen, etwas über 13°, und geht in Folge dessen täglich später auf, kulminirt täglich später und geht täglich später unter; denn er bewegt sich in der Ordnung der Zeichen um die Erde, wir müssen ihn daher immer östlicher stehen sehen.

2) Die scheinbare Größe und der tägliche Weg, den der Mond am Himmel nach östlichen Sternen macht, bleiben sich nicht gleich, weil er sich in einer Ellipse um die Erde bewegt. Im Perigäum, wo seine Bewegung am schnellsten ist, nämlich in Einer Stunde etwa 36′ 48″ beträgt sein Durchmesser 33′ 31″, aber im Apogäum, wo seine Bewegung am langsamsten ist, nämlich in Einer Stunde etwa 29′ 34″, nur 29′ 22″ (im Mittel = 31′ 7″).

3) Der Mond zeigt verschiedene Lichtgestalten oder Lichtphasen, welche in einer bestimmten Zeit wiederkehren. Die vier Hauptphasen sind: der Neumond (Zusammenkunft, Konjunktion), wenn wir ihn am Abende gar nicht sehen, bald darauf aber in einer Sichelform, deren Spitzen Hörner heißen, mit der hohlen Seite links hin, das erste Viertel, wenn er sich als erleuchteter Halbkreis mit der Erhabenheit rechts hin zeigt, der Vollmond, (Gegenschein, Opposition) wenn wir ihn als erleuchteten Kreis sehen, und das letzte Viertel, wenn er sich wieder als erleuchteter Halbkreis, aber mit der Erhabenheit links hin oder mit den Hörnern rechts hin in den Sichelformen kurz vorher, zeigt. Diese Erscheinungen finden ihre vollkommene Erklärung in der Bewegung des Mondes um die Erde. Ist in Fig. 31. S die Sonne, E die Erde und der Mond in den vier Orten I, II, III, IV seiner Bahn um die Erde, so werden wir, wie in §. 32 so urtheilen: Die von der Sonne erleuchtete Mondhälfte ist uns entweder ganz zugewendet, wie in III, oder von uns ganz abgewendet, wie in I, in welchen zwei Fällen die Gränzen der beleuchteten und der dunklen Mondhälften mit den Gränzen der uns zugewendeten und von uns abgewendeten Mondhälften in ab zusammenfallen; oder sie ist uns halb zu- und halb abgewendet, wie in II und IV, wo von jenen Gränzen die eine durch ab die andere auf ihr senkrecht stehende durch cd angegeben wird; oder sie ist uns mehr zu als abgewendet, wie von II nach III und von III nach IV, oder endlich mehr ab- als zugewendet, wie von IV bis I nnd von I bis II, aber mit welchem Unterschiede in den zwei Unter-

fällen der letzten drei Hauptfälle? Hieraus erklären sich nicht nur die vier Hauptphasen, sondern auch alle Zwischenphasen, nämlich die Sichelgestalten aller Breiten und alle Lichtgestalten zwischen dem Halbkreise und dem Kreise.

Der Mond steht als Neumond mit der Sonne scheinbar an derselben Stelle des Himmels, indem er vor ihr steht, geht mit ihr zugleich unter, kann also nicht in den Nächten scheinen — er steht im ersten Viertel 90° östlich von der Sonne, beim Sonnenuntergang also in Süden, und scheint daher bis Mitternacht — er steht als Vollmond 180° östlich von der Sonne, beim Sonuenuntergange also in Osten, und scheint daher die ganze Nacht — im letzten Viertel endlich ist er 270° von der Sonne entfernt, also beim Sonnenuntergange noch 90° unter dem Horizonte, den er erst um Mitternacht erreicht, also auch erst von Mitternacht an scheinen kann.

4) Man unterscheidet eine doppelte Umlaufszeit des Mondes, weil man entweder auf sein Zurückkehren zu demselben Firsterne, oder in dieselbe Lage gegen Sonne und Erde sehen kann. Der Mond hat eine siderische und eine synodische Umlaufszeit, und es giebt daher einen siderischen und einen synodischen Monat. Jener ist die Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Ständen des Mondes bei demselben Firsterne, dieser die Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Neu- oder Vollmonden; dieser beträgt 27 Tage 7 Stunden 43 Minuten 11,51 Sekunden, jener aber 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten 2,82 Sekunden. Der synodische Monat muß größer als der syderische sein, denn in jenen 27 Tagen 2c. stand ja die Erde nicht still, sondern sie rückte mit dem Monde in derselben Richtung auf ihrer Bahn weiter und der Mond muß der Erde noch gleichsam nacheilen, bis er wieder dieselbe Stellung zur Erde und Sonne erhalten kann. In jenen 27 Tagen 2c., in welchen der Mond 360° am Himmel, also täglich durchschnittlich etwas über 13° zurücklegte, rückte die Erde etwa 27° weiter, welche der nacheilende Mond in etwa 2 Tagen zurücklegt, und was die Erde in dieser Zeit noch macht, in Paar Stunden, so daß der synodische Monat jedenfalls über 29 Tage betragen muß. Oder die Erscheinung auf die scheinbare Bewegung der Sonne beziehend, könnten wir so sagen: Steht der Mond mit der Sonne in Konjunktion im Widder, so werden wir nach 27 Tagen 2c. den Mond zwar wieder an derselben Stelle des Widders sehen, aber nicht in Konjunktion mit der Sonne, denn diese befindet sich jetzt

etwa 27° östlicher; in etwa 2 Tagen holt der Mond die Sonne ein und da tritt erst die nächste Konjunktion ein, wodurch des Mondes synodischer Umlauf vollendet ist. Es verhält sich hier damit, wie mit dem Stunden- und Minutenzeiger einer Uhr; stehen sie über einander, etwa um 12 Uhr, so kömmt der Minutenzeiger zwar in einer Stunde wieder auf die 12 zu stehen, aber er holt erst in $1\frac{1}{11}$ Stunde den Stundenzeiger ein, weil dieser selbst fortgerückt ist.

Zwölf synodische Monate, also 354 T. 8 St. 48 M. 33,84 S. geben ein Mondenjahr, welches mithin fast um 11 Tage kürzer als ein Sonnenjahr ist. Wäre das Sonnenjahr dem Mondenjahre gleich, so würden die Neumonde, überhaupt dieselben Lichtphasen, immer auf dieselben Tage des Jahres treffen; da sie aber immer ungleich sind, so müssen sie immer auf andere Tage treffen, in der Art, daß nach einem bestimmten Zeitraume erst dieselben Tage als Tage gleicher Lichtphasen vorkommen. Fängt ein Jahr mit einem Vollmonde an, so kann der erste Vollmond im zweiten Jahre, da vom ersten noch 11 Tage übrig bleiben, erst etwa den 18. Januar, der erste Vollmond des dritten, da von den beiden ersten 22 Tage übrig bleiben, etwa den 7. Januar u. s. w. treffen, also immer auf andere Tage. Da aber mit 19 tropischen Jahren etwa 235 synodische Monate abgelaufen sind, so würde das 20. Jahr wieder mit dem Vollmonde anfangen, überhaupt alle 19 Jahre dieselben Lichtphasen auf dieselben Tage des Jahres fallen.

5) Die Erdbahn und die Mondbahn schneiden sich unter einem Winkel von etwa 5° 8′ 47″, denn um so viel beträgt die größte Höhe des Mondes zuweilen mehr und zuweilen weniger als die größte Mittagshöhe der Sonne. Die zwei Durchschnittspunkte der Mondbahn mit der Ekliptik heißen Knoten, und zwar der aufsteigende (☊ Drachenkopf) derjenige, durch welchen sich der Mond nach dem Nordpole der Ekliptik erhebt, der niedersteigende (☋ Drachenschwanz) aber der andere, so wie die sie verbindende Linie die Knotenlinie. Diese Knotenpunkte sind nicht unveränderliche feste Punkte, denn sie rücken langsam von Osten nach Westen, indem sich die Knotenlinie gleichsam um ihren Mittelpunkt dreht, täglich 3 M. 10,64 Sek. Die Zeit nun zwischen zwei auf einander folgenden Ständen des Mondes im Drachenkopfe heißt ein Drachenmonat, oder ein Knotenumlauf; er dauert nur

27 T. 5 St. 5' 36", da ja die Knoten dem von Westen nach Osten sich bewegenden Monde entgegengerücken.

Fielen nun die Erdbahn und die Mondbahn zusammen, so müßte es bei jedem Neumonde eine Sonnenfinsterniß, bei jedem Vollmonde aber eine Mondfinsterniß geben. In beiden Fällen würden die Mittelpunkte der Erde, der Sonne und des Mondes immer in gerader Linie liegen, und zwar würde im ersten Falle der Mond zwischen der Sonne und der Erde stehen und uns jene bedecken, in dem zweiten aber die Erde zwischen Sonne und Mond, und würde ihren Schatten auf den letzten werfen; da sie sich aber schneiden, so können zwar Sonnenfinsternisse nur zur Zeit der Neumonde, so wie die Mondfinsternisse nur zur Zeit der Vollmonde statt finden, aber nur dann, wenn die Neu- und Vollmonde in den Knotenpunkten oder in ihrer Nähe bis auf eine gewisse Entfernung treffen (19° 44' — 13° 21'). Ist diese Entfernung überschritten, so geht der Neu- oder Vollmond ganz über oder ganz unter der Ekliptik weg, und jener kann uns also nicht die Sonne bedecken, so wie auf diesen der Schatten der Erde nicht fallen kann. Die Finsternisse werden eingetheilt in totale, partiale, zentrale und ringförmige. Die sogenannte Chaldäische Periode ist ein Zeitraum von etwas mehr als 18 Jahren 11 Tagen tropischer Sonnenzeit oder 223 Mondmonaten oder 19 synodischen Umläufen der Mondknoten; nach Verlauf dieser Zeit haben Erde, Mond, Sonne und Mondknoten dieselbe Stellung gegen einander, und die Finsternisse kehren in derselben Ordnung und Größe zurück.

Bei einer Mondfinsterniß wird der Mond seines Lichtes, welches er von der Sonne erhält, wirklich durch die Erde beraubt, und es muß daher die Mondfinsterniß allen Orten der Erde, welche den Mond über ihrem Horizonte haben, auf dieselbe Art erscheinen, d. h. zu gleicher Zeit und von gleicher Größe, und dabei am östlichen Rande beginnend, weil der Mond sich schneller als die Erde von Westen nach Osten bewegt und mithin mit seinem östlichen Rande in den Schattenkegel tritt; bei einer Sonnenfinsterniß aber wird die Sonne als selbstleuchtender Körper ihres Lichtes nicht beraubt, wohl aber erhalten diejenigen Orte der Erde, vor welchen in der Richtung zur Sonne der Mond steht, kein Sonnenlicht und werden verfinstert; sie beginnt immer am westlichen Rande, weil der Mond wegen seiner schnelleren Bewegung von Westen nach Osten immer mit seinem Ostrande zuerst vor den Westrand der

Sonne tritt. Einigen Orten kann der Mond die ganze Sonne bedecken, anderen zur Seite liegenden einen größeren oder kleineren Theil derselben auf der linken oder rechten Seite, noch andere Orte können, beim Monde vorbeisehend, die ganze Sonnenscheibe übersehen. Es kann mithin eine Sonnenfinsterniß den einen Orten sichtbar und dabei von verschiedener Größe, den anderen aber gleichzeitig unsichtbar sein.

6) Die Mond- und Sonnenfinsternisse benutzen die Astronomen zur Bestimmung der Längenunterschiede der Orte, wozu sie noch manche andere Mittel haben. Der Längen-Unterschied zweier Orte ist nämlich aus der Zeit, die richtig gehende Uhren in demselben Augenblicke an beiden Orten angeben, leicht zu finden, dern da jeder Umschwung der Erde 24 Stunden dauert, so gehen die 360° des Aequators und jedes Parallelkreises in 24 Stunden und also 15° in jeder Stunde durch den Meridian eines Ortes, oder ist jetzt ein Fixstern in unserem Meridiane, so stand er vor Einer Stunde in dem Meridiane eines 15° östlich gelegenen Ortes, und wird in einer Stunde in dem eines 15° westlich liegenden stehen; ist daher bei uns 1 Uhr, an einem zweiten Orte in demselben Augenblicke 1 Uhr 32 Minuten, so giebt die Proportion:

60 Minuten: 32 Minuten = 15°: x

x = 8° d. h. der Ort liegt 8° östlich von uns, so wie er 8° westlich liegen würde, wenn seine Uhr 28 Minuten auf 1 Uhr zeigte. Die Stunden des Tages an zwei verschiedenen Orten in demselben Augenblicke zu erfahren, um aus dem Zeitunterschiede ihren Längenunterschied zu bestimmen, giebt es im Allgemeinen folgende zwei Hauptmittel. 1) Man bringt eine für den einen Ort richtig gehende Uhr nach dem zweiten Orte und vergleicht ihre Angabe mit der einer dort richtig gehenden Uhr (§. 16.). 2) Man beobachtet Erscheinungen, die an beiden Orten gesehen werden können z. B. Mondfinsternisse, bei deren Anfange oder Ende die unter verschiedenen Meridianen sich befindenden Beobachter blos die Stunden ihrer richtig gehenden Uhren zu merken haben. Die undeutliche Begränzung des Erdschattens macht, daß sich der Anfang oder das Ende einer Mondfinsterniß nie genau angeben läßt, deshalb sind hier die Sonnenfinsternisse brauchbarer, wenn sie auch schwierigere Rechnungen verursachen. Außerdem sind auch die Verfinsterungen der Jupiterstrabanten und die Bedeckung der Fix-

sterne durch den Mond, und bei kleineren Entfernung selbst Pulversignale brauchbar.

VIII. Das Allgemeinste über unser Sonnensystem.

§. 48. Um wenigstens im Allgemeinen einsehen zu können, worauf sich die Richtigkeit der Angaben über Entfernung, Größe u. s. w. der von uns so weit entfernten Weltkörper gründet, da die Untersuchung der Erde schon mit so vielen Schwierigkeiten verknüpft ist, sollen folgende Andeutungen dienen, welche wir der Anführung der Hauptsätze unseres Sonnensystemes voranschicken.

1) Die Entfernung eines Himmelskörpers von uns läßt sich aus seiner Horizontalparallaxe bestimmen, und aus der gefundenen Entfernung und dem beobachteten scheinbaren Halbmesser oder der scheinbaren Größe läßt sich der wahre Halbmesser, also seine wahre Größe finden. Die Parallaxe ist der Winkel an einem Gestirne, welchen die Gesichtslinien nach demselben von einem Punkte der Oberfläche und von dem Mittelpunkte der Erde bilden, oder auch der Bogen am Himmelsgewölbe zwischen den zwei optischen Orten (Ph. §. 151) des Gestirnes, wenn es aus jenen zwei Punkten gesehen würde. Befindet sich der Mond in Fig. 32 im Horizonte von A etwa in B, so glaubt ihn das Auge längs der Tangente AB beim Sterne b zu sehen, während ihn ein Auge in M beim Sterne m stehend glauben würde; nun ist der Bogen bm oder der Winkel B eine Horizontalparallaxe, so wie b'm' oder B' seine Höhenparallaxe, wenn er bis B' gerückt ist, heißt. Für das Zenith fallen die beiden Gesichtslinien in MZ zusammen, der Winkel verschwindet oder die optischen Orte fallen in einen Punkt, und die Höhenparallaxe wird also Null; überhaupt ist die Parallaxe am Horizonte am größten, und nimmt nach dem Zenithe ab, wo sie ganz aufhört; außerdem ist sie desto größer, je näher das Gestirn ist, was die Figur deutlich zeigt, wenn man sich in B und C Gestirne denkt. Die Parallaxe erniedrigt die Gestirne, und zwar desto mehr, je niedriger sie stehen: nur die Gestirne im Zenithe und sehr nahe um dasselbe sehen wir an der Stelle, an welcher wir sie auch vom Mittelpunkte der Erde sehen würden. Die Höhenparallaxe (H) eines Ge-

stirnes läßt sich aus seiner Zenithdistanz (z) und seiner Horizontalparallaxe (h) finden, denn heißt der Erdradius r, die Entfernung des Sternes e, die Zenithdistanz für B' oder B'AZ = z, so giebt:

das Dreieck BAM die Proportion $e : r = 1 : \sin h$
B'AM " " $e : r = \sin z : \sin H$

also $\sin z : \sin H = 1 : \sin h$

also $\sin H = \sin h \cdot \sin z$, d. h. —? es muß also die Höhenparallaxe mit der zunehmenden Höhe, weil der Sinus der Zenithdistanz, oder was dasselbe ist, der Kosinus der Höhe immer abnimmt, auch kleiner werden, und für das Zenith Null werden, wegen $\sin 0^\circ = \cos 90^\circ = 0$.

2) Die Horizontalparallaxe kann unter anderen Methoden so beobachtet werden. Bei nahen Gestirnen, wie beim Monde, beobachte man, bei welchem Sterne er aufgehend steht, und messe, wenn der Mond im Meridiane ist, den Bogen zwischen dem nun beim Monde stehenden Sterne oder ihm selbst und dem am Horizonte gesehenen. Am Horizonte nämlich sieht man den Mond bei verschiedenen Sternen, von A bei b, von M bei m; im Meridiane aber sieht man den Mond von beiden Punkten bei demselben Sterne, und offenbar bei dem, bei welchem er aufgehend schon vom Mittelpunkte gesehen worden wäre, also bei m, welcher mit B zugleich kulminirt. Man wird Fehler in der Beobachtung vermeiden, wenn man auch beim Untergange des Mondes seine Horizontalparallaxe bestimmt, und aus beiden Horizontalparallaxen das arithmetische Mittel nimmt. Da man schon weiß, bei welchem Sterne der Mond vom Mittelpunkte der Erde gesehen, steht, so darf man bei seinem Untergange nur den Bogen messen zwischen jenem Sterne und dem, bei welchem er jetzt steht. Bei entfernteren Gestirnen, wie die Sonne, könnte man auf der Oberfläche der Erde zwei solche Orte wählen, daß sie dem einem im Horizonte stünde, während sie der andere im Zenithe hätte. Wenn nun die Beobachter die Entfernung derselben von einem ihnen beiden sichtbaren Firsterne messen, so giebt die Differenz dieser Bogen die Horizontalparallaxe. Die Horizontalparallaxe der Sonne in ihrer mittleren Entfernung ist 8,58'', die des Mondes ebenfalls in seiner mittleren Entfernung etwas über 57'. Die Horizontalparallaxe des entferntesten Planeten Uranus, der von der Erde bei der größten Annäherung doch noch 376 Millionen Meilen entfernt ist, beträgt noch nicht eine halbe Sekunde, welche man aber

nicht durch Messung, da die genauesten Instrumente höchstens nur eine Sekunde angeben, sondern durch Berechnung gefunden hat, indem man man mittelst Keplers drittem Gesetze die Entfernung des Uranus bestimmte, und daraus und dem Erdradius trigonometrisch die Horizontalparallaxe berechnete. Nun bedeckt aber der Uranus oft Fixsterne, diese sind also von uns entfernter als jener, und mithin ihre Parallaxe noch weniger bemerkbar. Wie überaus groß ihre Entfernung ist, geht schon daraus hervor, daß ihre scheinbare Größe und wechselseitige Entfernung ungeändert bleibt, wenn sie auch von zwei entgegengesetzten Punkten der Erdbahn, in deren einem wir ihnen 41 Millionen Meilen näher als in dem anderen sind, gesehen werden. (§. 6).

Außer der bis jetzt betrachteten Parallaxe, welche auch die tägliche heißt, unterscheiden die Astronomen noch eine jährliche. Jene ist eigentlich der Winkel, unter dem der Radius der Erde; diese aber der Winkel, unter dem der Radius der Erdbahn, vom Mittelpunkte des Gestirnes gesehen, erscheint. In dem rechtwinkligen Dreiecke, dessen eine Kathete der bekannte Radius der Erdbahn, dessen Hypotenuse die Entfernung der Sonne vom Planeten ist, erhält man als jährliche Parallaxe des Uranus, dessen tägliche Horizontalparallaxe noch nicht ½ Sekunde beträgt, einen Winkel über 3°, und für die übrigen Planeten eine desto größere, je näher sie der Sonne sind. Die Fixsterne haben gar keine tägliche Parallaxe, und eine jährliche hat man in der neuesten Zeit erst für drei Fixsterne gefunden. Bessel fand nämlich für den Doppelstern 61 Zygni im Schwan eine jährliche Parallaxe = 0, 3136″ ± 0,0202 (als wahrscheinlichen Fehler), was eine Entfernung von mehr als 13 Billionen Meilen giebt. — Henderson für α^1 und α^2 im Centaur eine jährliche Parallaxe = 1,16″ ± 0,11″, woraus eine Entfernung von mehr als 3½ Billionen Meilen folgt — und endlich Struve für α in der Leyer eine jährliche Paralallare = 0,2613″ ± 0,0254″, woraus sich eine Entfernung von fast 16 Billionen Meilen ergiebt.

3) Um die Entfernung eines Gestirnes zu bestimmen, setzt man, wenn h seine Horizontalparallaxe und r den Radius der Erde bedeutet, in voriger Figur

$\frac{AM}{BM} = \sin ABM$ oder $\frac{r}{e} = \sin h$ also $e = \frac{r}{\sin h}$ d. h. — ?

Für die Sonne ist

$$c = \frac{859,5}{\sin 8,58''} = \text{num log. } 7,3141726 = 20614490$$

Für den Mond

$$e = \frac{859,5}{\sin 57'} = \text{num log. } 4,7146648 = 51840.$$

Ist nur eines Gestirnes Entfernung bekannt, so lassen sich die Entfernungen aller übrigen Gestirne, wenn nur ihre Horizontalparallaxen ermittelt sind, auch ohne den Erdradius in die Rechnung zu nehmen, leicht finden. Es verhalten sich nämlich die Entfernungen zweier Gestirne zu einander, wie umgekehrt die Sinusse ihre Horizontalparallaxen, oder da die Winkel sehr klein sind, wie umgekehrt die Horizontalparallaxen selbst, was sich so als richtig ergiebt:

$$\left.\begin{aligned} e &= \frac{r}{\sin h} \\ e' &= \frac{r}{\sin h'} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &e : e' = \sin h' : \sin h \text{ oder hier:} \\ &e : e' = h' : h \end{aligned}$$

so ist die Sonnenparallaxe an 400 kleiner als die Mondparallaxe, deshalb ist auch die Sonne 400 Mal weiter als der Mond von der Erde entfernt.

4) Der scheinbare Halbmesser eines Gestirnes, d. i. die Hälfte des Winkels, unter dem es uns erscheint, oder die Hälfte seines Sehwinkels kann mittelst eines Mikrometers gemessen und aus ihm und der mittelst der Horizontalparallaxe berechneten Entfernung der wahre Halbmesser gefunden werden. Ist in Fig 33 AB der Radius des Gestirnes (r), AEB = w der scheinbare Halbmesser, EB = e die Entfernung, und die AE als Gesichtslinie eine Tangente in A, so ist:

$$\frac{r}{e} = \sin w, \text{ also } r = e \,.\, \sin w \text{ d. h. } —?$$

Da der kleinste, mittlere und größte scheinbare Durchmesser der Sonne sind 31′ 30″ — 32′ 1,8″ und 32, 34,6″, die des Mondes aber 29′ 22″ — 31′ 7″ und 33′ 31″, so ist:

für die Sonne etwa $r = 20614490 \,.\, \sin 16'$
$= \text{num. log. } 4,9820171 = 95944$ Meilen

für den Mond $r = 51840 \,.\, \sin 15' 33''$
$= \text{num. log. } 2,3701148 = 234,48$

Die Bestimmung der Oberflächen und Kubikinhalte der Himmelskörper ist nun aus ihrer Entfernung und scheinbaren Halbmessern auch leicht, denn:

$N = 4r^2\pi = 4e^2\pi \sin^2 w$ d. h. — ?

$K = \frac{4r^3\pi}{3} = \frac{4e^3\pi \sin^3 w}{3}$ d. h. — ?

Um die Oberflächen und Inhalte der Himmelskörper mit denen der Erde auf dem kürzesten Wege zu vergleichen, dürfen wir auch nur an die geometrischen Sätze denken, daß sich Kugelflächen zu einander verhalten wie die Quadrate der Radien, die Inhalte aber wie die Kuben derselben. Da also der Sonnenradius den Erdradius etwa 113 Mal übertrifft, so ist die Sonne $113^3 = 1442837$ Mal größer als die Erde.

§. 49. Die Zeit der Axendrehung der Sonne und einiger Planeten bestimmten die Astronomen aus der Zeit, die ein Flecken braucht, um in Bezug auf uns dieselbe Lage auf seinem Himmelskörper zu erhalten, beim Merkur und der Venus aus Beobachtungen der Hörnerspitzen, z. B. ein Sonnenflecken braucht etwa 27 Tage, um uns auf der Sonne wieder an derselben Stelle zu erscheinen; da aber die Erde in 27 Tagen fast 27° auf ihrer Bahn in derselben Richtung fortgerückt ist, so hat der Flecken in 27 Tagen nicht nur 360° sondern auch noch 27° gemacht, um uns wieder an der Stelle zu erscheinen, wie das vorige Mal; weshalb der Flecken zu 360° oder die Sonne zu ihrer Axenbewegung nur etwa 25 T. 12 St. braucht. Beim Mars erscheint ein beobachteter Flecken täglich um etwa 40 Minuten später in derselben Lage, deshalb dauert seine Axenbewegung oder ein Tag etwa 24 Stunden 40 Minuten.

Die Umlaufszeiten der Planeten werden bestimmt aus der Zeit zwischen zwei auf einander folgenden gleichen Standpunkten derselben in Bezug auf uns; wozu bei den unteren Planeten zwei auf einander folgende gleiche Ausweichungen von der Sonne, bei den unteren aber zwei auf einander folgende Oppositionen genommen werden. Auch kann oft das dritte Keplersche Gesetz angewendet werden. Beim Merkur verfließen zwischen zwei solchen gleichen auf einander folgenden Abständen von der Sonne etwa 116, bei der Venus etwa 584 Tage; in 116 Tagen legt die Erde aber etwa 114°, in 584 Tagen etwa 576° ihrer Bahn zu-

rück, es hat daher der Merkur in 116 Tagen nicht 360° sondern 366° + 114° = 474° und die Venus nicht 360° sondern 360° + 576° = 936° gemacht, und nun ergeben die Proportionen

$$474 : 360 = 116 : x \text{ und } 936 : 360 = 584 : x$$

für den Merkur eine Umlaufszeit oder die Länge des Jahres von etwa 88, für die Venus von etwa 224 Tagen. Beim Mars beträgt die Zeit zwischen zwei Oppositionen etwa 2 Jahre 52 Tage = 782 Tage, und sein Weg 409° 28′; die Proportion 409° 28′ : 360° = 782 : x ergiebt 678 Tage, was freilich nur eine annähernde Bestimmung ist.

§. 50. Ueber die Bestimmungen der Massen und der Dichtigkeiten der Himmelskörper merken wir uns, da sie noch unsicher und zum Theil schwierig sind, hier ganz im Allgemeinen nur Folgendes: Die Masse eines Körpers kann nur nach der Stärke der Anziehung, welche er auf einen anderen Körper ausübt, beurtheilt werden, und diese Stärke der Anziehung wiederum nur nach der Geschwindigkeit der Bewegung, welche er in diesem hervorbringt. So ist die Masse der Sonne durch ihre Anziehungen auf die Planeten, die der Erde, des Jupiters, des Saturnus und des Uranus auf ihre Monde, die der Venus und des Mars durch ihre störenden Einwirkungen auf die Erde, die des Merkur aber nach der für die Erde, den Jupiter und den Saturn, jedoch nicht mehr für den Uranus passenden Annahme, daß die Massen der Planeten im umgekehrten Verhältnisse der Entfernungen stehen.

Da die Bestimmung der Massen der Planeten unsicher ist, so ist es auch die ihrer Dichtigkeiten, da diese den Massen dividirt durch die Volumen proportional sind. Ist die Masse der Sonne = 1, so ist die Erde = $\frac{1}{337102}$, und ist der Sonnendiameter = 192866, der Erddiameter = 1719 Meilen, so haben wir:

$$\text{Dicht. d. S.} : \text{Dicht. d. Erde} = \frac{\text{Masse d. S.}}{\text{kub. J. d. S.}} : \frac{\text{Masse d. Erde}}{\text{kub. J. d. Erde}}$$

$$1 : x = \frac{1}{192866^3} : \frac{1}{337102 \,.\, 1719^3}$$

$$x = \frac{192866^3}{337102 \,.\, 1719^3} = \text{num log. } 0{,}6221783 = 4{,}1896$$

Die Fallhöhe der ersten Sekunde auf den Himmelskör-

pern zu finden, wendet man das Gesetz an, daß die Schwere, durch welche ja die Fallhöhe bestimmt wird, im geraden Verhältnisse der Masse und im umgekehrten quadratischen der Entfernung steht. Die Fallhöhe auf der Erde = 15,1 ihren Radius = 859,5 M., den der Sonne = 96433 M., die Masse der Erde = 1, also die Sonne = 337102 gesetzt, steht:

$$\text{Fallhöhe auf d. S.} = x : 15{,}1 = \frac{337102}{96433^2} : \frac{1}{859{,}5^2}$$

$$x = \frac{15.1 . 337102 . 859{,}5^2}{96433^2} = \text{num. log } 2{,}6067797 =$$

404,37′.

51. Die Hauptsätze über unser Sonnensystem sind etwa folgende:

1) Die Sonne beherrscht das ganze System von 11 Planeten, 18 Monden und vielen Kometen; jene ist ein leuchtender, diese aber sind dunkle Körper, welche ihr Licht und ihre Wärme von der Sonne erhalten. Die Planeten bewegen sich alle in verschiedenen Entfernungen und mit verschiedenen Geschwindigkeiten in wenig exzentrischen Ellipsen, in deren einem gemeinschaftlichen Brennpunkte die Sonne sich befindet; die Monde bewegen sich in Ellipsen um ihre Planeten und mit diesen zugleich um die Sonne; die Kometen bewegen sich ebenfalls um die Sonne, aber in sehr exzentrischen Ellipsen. Perihelium — Aphelium — ungleich schnelle Bewegung.

Die Namen der Planeten enthält §. 2; die drei Kometen, deren Bahnen und Umlaufszeiten man in Folge von erfolgten und beobachteten Wiedererscheinen genau kennt, sind der Halley'sche (von Halley 1682 berechnet), der Enke'sche (von Pons in Marseille 1818 entdeckt und von Enke in Berlin berechnet und für den 1786, 1795 und 1805 beobachteten erkannt) und der Biela'sche (von Biela in Josephstadt 1826 entdeckt und für den 1772 und 1805 beobachteten erkannt). Auch vom Olbers'schen Kometen ist die Umlaufszeit bekannt.

2) Die Planeten folgen nach ihrer Entfernung von der Sonne so auf einander, wie sie schon in §. 2 angeführt wurden. Die Verhältnisse ihrer Entfernungen im Allgemeinen lassen sich leicht nach der §. 38 angegebenen Zahlenreihe merken.

Hinsichtlich der Bahnen der Kometen merken wir folgende Angabe. Für die Kometen von Enke, Biela, Olbers und Halley fällt die Sonnennähe in derselben Ordnung zwischen die Sonne und den Merkur, zwischen die Venus und die Erde, zwischen die Erde und den Mars

zwischen den Merkur und die Venus; ihre Sonnenferne aber zwischen die Pallas und den Jupiter, zwischen den Jupiter und den Saturn, und bei den zwei letzten in die doppelte Uranusweite.

Eine von der Sonne mit der Geschwindigkeit von 600′ ausgehende Kanonenkugel würde, wenn sie mit dieser Geschwindigkeit unverändert fortginge, den Merkur in $9\frac{1}{2}$, die Venus in 18, die Erde in 25, den Mars in 38, die Vesta, Juno, Ceres und Pallas in 70, den Jupiter in 130, den Saturn in 238, den Uranus in 479 Jahren erreichen.

3) Die Planetenbahnen fallen nicht in Eine Ebene, sondern sie schneiden alle die Erdbahn unter verschiedenen kleinen Winkeln, von weniger als 1° bis etwas über 10°, mit Ausnahme der Juno, deren Bahn über 13° und der Pallas, deren Bahn über 34° geneigt ist. Die meisten Planetenbahnen sind daher am Himmel innerhalb des Thierkreises eingeschlossen, welchen die Pallas bedeutend überschreitet. Die Kometen sind gar nicht an den Thierkreis gebunden. Auch die Mondenbahnen sind gegen ihre Planetenbahnen geneigt.

4) Die Planeten haben außer der Bewegung um die Sonne, die Monde außer der um die Planeten und mit dieser um die Sonne auch noch eine Axenbewegung. Auch die Sonne hat eine Axenbewegung. Die Axen der Planeten stehen auf ihren Bahnen nicht senkrecht, sondern schief. Sowohl die Bewegung um die Sonne als auch die um die Axe geschieht bei den Planeten nach der Ordnung der Himmelszeichen, also in Bezug auf uns von Westen nach Osten; auch die Monde bewegen sich von Westen nach Osten, mit Ausnahme der Monde des Uranus, die sich von Osten nach Westen bewegen; die Kometen bewegen sich in verschieden Richtungen. Durch jene Bewegungen des Planeten entsteht sein Jahr, durch diese sein Tag. Es ist merkwürdig, daß die vier ersten Planeten Merkur, Venus, Erde nnd Mars fast gleiche lange Tage haben, nämlich fast alle einen 24stündigen, während er bei den entferntesten nur etwas über 10 oder 12 Stunden dauert.

5) Die Größe der Planeten ist sehr verschieden; sie folgen in dieser Beziehung, beim größten anfangend, so auf einander: Jupiter, Saturn, Uranus, Erde, Venus, Mars, Merkur, Pallas, Ceres, Juno und Vesta; wobei jedoch Jupiter, da der Sonnendiameter den seinigen etwa 9,7 Mal übertrifft, ungefähr nur den 900. Theil, unsere Erde aber, deren Diameter von dem der Sonne etwa 113 Mal übertroffen wird, fast nur den 1500000. Theil der Sonne ausmachen.

Da der Sonnenradius den Erdradius 113 Mal übertrifft, die Entfernung des Mondes von der Erde aber nur etwa 60 Erdradien beträgt, so müssen wir uns die Sonne als eine Kugel denken, deren Radius fast doppelt so groß ist, als die Entfernung des Mondes von uns. Denken wir uns also im Mittelpunkt der Sonne die Erde, so könnte innerhalb der Sonnenkugel der Mond fast in der doppelten wirklichen Entfernung von der Erde um diese herumkreisen. Wenn man alle Planeten und Monde 600 Mal vergrößerte und sie dann in eine Kugel vereinigte, so würde diese erst der Sonnenkugel gleich sein.

6) Der Saturn hat außer sieben Monden auch noch einen Doppelring, welcher dunkle undurchsichtige Körper in etwas mehr als 10 Stunden sich um denselben herumbewegt.

Tabellarische Uebersicht des Sonnensystems.

(entnommen aus der allgemeinen Uebersicht des Sonnensystems von Hansen in Schuhmacher's Jahrbuch für 1837. Die Elemente der älteren Planeten gelten für 1800 Jan. 1. 0h m. Par. Z., der vier neuen für 1831 Juli 23. 0h m. Berl. Z.)

I. Mittlere Entfernungen von der Sonne.

Merkur	0,3870938.
Venus	0,7233317.
Erde	1,0000000.
Mars	1,523691.
Vesta	2,36148.
Juno	2,66946.
Ceres	2,77091.
Pallas	2,77263.
Jupiter	5,202767.
Saturn	9,538850.
Uranus	19,18239.

(Die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne 20,666800 geogr. Meilen, und übertrifft den Durchmesser der Erde 12027 Mal. Die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde beträgt etwa 52000 Meilen, d. i. der 400. Theil der Entfernung von der Sonne.)

II. Siderische und synodische Umlaufszeiten.

Merkur	87,96928	115,88	Tage.
Venus	224,70078	583,92	"
Erde	365,25637	— —	"
Mars	686,97964	779,98	"
Vesta	1325,485	504,21	"
Juno	1593,067	473,92	"
Ceres	1684,735	466,38	"
Pallas	1686,305	466,26	"
Jupiter	4332,58480	398,90	"
Saturn	10759,21981	378,10	"
Uranus	30686,82055	369,67	"

III. Mittlere Längen und mittlere tägliche Bewegungen.

Merkur	112°	16′	4,8″	4°	5′	32,6″.
Venus	146	44	55,8	1	36	7,8
Erde	100	53	29,9		59	8,33
Mars	233	5	33,9		31	26,7.
Vesta	84	47	3,2		16	17,9.
Juno	74	39	43,6		13	33,7.
Ceres	307	3	25,6		12	49,4.
Pallas	290	38	11,8		12	48,7.
Jupiter	81	54	48,6		4	59,3.
Saturn	123	6	29,3		2	0,6.
Uranus	173	30	37,2			42,4.

IV. Exzentrizitäten und Länge der Perihelien.

Merkur	0,2056163	74°	20′	5,8″.
Venus	0,00686182	123	43	6.
Erde	0,01679226	99	30	28,6.
Mars	0,0932168	332	22	51,2.
Vesta	0,088560	249	11	37,0.
Juno	0,255560	54	17	12,7.
Ceres	0,0767378	147	41	23,5.
Pallas	0,241998	121	5	0,5.
Jupiter	0,0481621	11	7	38.
Saturn	0,0561505	89	8	20.
Uranus	0,0466108	167	30	24.

V. Größte Mittelpunktsgleichungen.

Merkur	23°	40′	43,0″.
Venus		47	10,8.
Erde	1	55	27,6.
Mars	10	41	33,3.
Vesta	10	9	26,7.
Juno	29	30	42,4.
Ceres	8	47	58,2.
Pallas	27.	55	22,2.
Jupiter	5	31	13,6.
Saturn	6	26	12,1.
Uranus	5	20	32,8.

VI. Neigungen und Knotenlängen auf der Ekliptik.

Merkur	7°	0′	5,9″	45°	57′	9″.
Venus	3	23	28,5	74	51	41.
Erde	0	0	0	0	0	0.
Mars	1	51	6,2	47	59	38.
Vesta	7	7	57,3	103	20	28,0.
Juno	13	2	10,0	170	52	34,5.
Ceres	10	36	55,7	80	53	49,7.
Pallas	34	35	49,1	172	38	29,8.
Jupiter	1	18	51,6	98	25	45.
Saturn	2	29	35,9	111	56	7.
Uranus	0	46	28,0	72	59	21.

(Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik 5° 8′ 47, 9″.)

VII. Neigungen und Knotenlängen auf dem Aequator.

Merkur . .	28° 45′ 8″ . .	10° 29′ 40″.
Venus . .	24 33 21 . .	7 53 56.
Erde . .	23 27 54,8 . .	0 0 0.
Mars . .	24 44 24 . .	3 17 20.
Vesta . .	22 50 16 . .	18 8 12.
Juno . .	10 47 0 . .	11 1 17.
Ceres . .	27 7 40 . .	23 30 40.
Pallas . .	11 40 17 . .	158 55 54.
Jupiter . .	23 18 28 . .	3 17 12.
Saturn . .	22 38 44 . .	6 0 59.
Uranus . .	23 41 24 . .	1 51 12.

VIII.	Scheinb. Durchm.	Wahrer Durchm.	Körperl. Inhalt	Masse.
Merkur	6,7″	0,391	0,060	1/2025810.
Venus	16,9	0,985	0,957	1/401847.
Erde		1,000	1,000	1/354936.
Mars	5,8	0,519	0,140	1/2680357.
Jupiter	38,4	11,225	1414,2	1/1053924.
Saturn	17,1	9,022	734,8	1/35002.
Uranus	3,9	4,344	82,0	1/17918.
Sonne	32′ 1,8″	112,06	1407124,0	1.
Mond	31′ 7,0	0,264	0,018	1/354936 × 87,73.

(Durchmesser des Aequators der Erde = 1718,8, die Länge der Polarare 1713,2 geogr. M. — Durchmesser des Mondes 468 geogr. M.

IX.	Dichtigkeit	Schwerkraft	Licht u. Wärme	Umdrehungszeit.
Merkur	2,94	1,15	6,67	1 Tag 0 St. 5 M.
Venus	0,923	0,91	1,91	0 — 23 — 21 —
Erde	1,000	1,00	1,00	0 — 23 — 56 — 4 S.
Mars	0,948	0,50	0,43	1 — 0 — 37 — 20 —
Jupiter	0 238	2,45	0,037	0 — 9 — 55 — 27 —
Saturn	0,138	1,09	0,011	0 — 10 — 29 — 17 —
Uranus	0,242	1,05	0,003	— — — —
Sonne	0,252	28,36	—	25 — 12 —
Mond	0,619	0,163	1,00	27 — 7 — 43 — 12 —

X. Die Monde des Jupiters.

	Umlaufszeit.	Entfernungen vom Jupiter in dessen Halbm	in geogr. M.	Masse.
1. M.	1 T. 18 St. 28′	6,049	58000	0,0000173281.
2. —	3 — 13 — 14	9,623	93000	0,0000232355.
3. —	7 — 3 — 43	15,350	148000	0,0000884972.
4. —	16 — 16 — 32	26,998	260000	0,0000426591.

Ihre Durchmesser erscheinen von der Erde aus in der mittleren Entfernung unter den Winkeln

1,015″; 0,911″; 1,488″; 1,273″.

Ihre scheinbaren Durchmesser vom Jupiter gesehen und ihre wahren Durchmesser sind folgende:

	Scheinb. Durchm.	Wahrer Durchm.
1.	31′ 11″	529 geogr. M.
2.	17′ 35″	475
3.	18′ 0″	776
4.	8′ 46″	664

XI. Die Monde und die Ringe des Saturns.

	Umlaufszeiten.	Mittlere Entfernung vom Saturn in dessen Halbmesser.
1.	0 T. 22 St. 36′ 18″	2,4682
2.	1 — 8 — 53 3	3,2079
3.	1 — 21 — 18	5,284
4.	2 — 17 — 45	6,819
5.	4 — 12 — 25	9,524
6.	15 — 22 — 41 25	20,7060
7.	79 — 7 — 55	60,359

Der äußere Durchm. des äußeren Ringes	38325 geogr. M.
Der innere = = =	33728
Die Breite dieses Ringes	2299
Der äußere Durchm. des inneren Ringes	32955
Der innere = = = =	25490
Die Breite dieses Ringes	3733
Die Entfernung dieses Ringes von der Oberfläche des Saturns	4992
Entfernung der beiden Ringe von einander	387
Die Dicke der Ringe übersteigt nicht	20
Umdrehungszeit der Ringe	10 St. 29′ 17″

XII. Die Monde des Uranus.

	Umlaufszeiten.	Mittlere Entf.
1. (?)	5 T. 21 St. 25′	13,120
2.	8 — 16 — 56′	17,022
3. (?)	10 — 23 — 4	19,845
4.	13 — 11 — 9	22,752
5. (?)	38 — 1 — 48	45,507
6. (?)	107 — 16 — 40	91,008

XIII. Die Kometen.

	Umlaufszeit.	Wann gesehen.
1. Der Halley'sche	75 bis 76 Jahre.	1456, 1531, 1607, 1682, 1759, 1835.
2. Enke'sche	3 J. 115 T.	1786, 1795, 1805, 1822, 1825, 1828, 1832, 1835.
3. Biela'sche	6 J. 270 T.	1772, 1805, 1826, 1832.
4. Olbers'sche	74 Jahre.	1815.

§. 52. Die hier vorgetragenen Lehren über die Himmelskörper bilden die Hauptsätze des sogenannten **Kopernikanischen Systemes.** Bis auf **Kopernikus**, Domherr zu Frauensburg in Ostpreußen (1473 — 1543), galt das **Ptolomäische** System. **Ptolomäus** (um 70 n. Chr.) lehrte: Alle Himmelskörper bewegen sich um die Erde in Kreisen und zwar in verschiedenen Entfernungen und mit verschiedenen Geschwindigkeiten; es giebt sieben Planeten, nämlich nach ihrer Entfernung von der Erde: Mond, Merkur, Venus, Sonne, Mars, Jupiter und Saturn als der entfernteste; hinter den Planeten bewegen sich die Fixsterne. Dieses nur auf den sinnlichen Eindruck gegründete System hat schon in den Abschnitten über die Bewegungen der Erde seine Widerlegung. — Epizykeln —

Kopernikus aber lehrte: Die Planeten bewegen sich nicht um die Erde, sondern um die Sonne in Kreisen in verschiedenen Entfernungen und mit verschiedenen Geschwindigkeiten; die Erde selbst ist ein Planet, der Mond aber nur ein Nebenplanet; die Planeten sind: Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter und Saturn. Die Fixsterne sind Sonnen.

Uranus wurde erst von **Herschel** im Jahre 1781, die Ceres von **Piazzi** in Palermo 1801 den 1. Januar, die Pallas von **Olbers** in Bremen 1802 den 28. März, die Juno von **Harding** 1804 den 1. September, damals in Lilienthal, und die Vesta von **Olbers** in Bremen 1807 den 29. März entdeckt.

Da dieses auf Vernunftgründe gebaute System mit einer Stelle in der heiligen Schrift (Josua 10, 13 — sta sol, ne moveare!) und der damaligen Philosophie im Widerspruche stand, wurde es nicht angenommen, und **Tycho de Brahe** (d. 13. Dezember 1546 zu Kundstrop in Schonen geboren und in Prag 1601 gestorben) ersann ein neues, nach ihm das **Tychonische** genannt, nach welchem die Erde wieder Zentralkörper wurde, aber in der Art, daß sich in der ersten Kreislinie der Mond, in der zweiten die Sonne bewegte, um diese aber in Kreislinien die übrigen Planeten, welche sie mit sich um die Erde fortführte. Dieses künstliche, halb Ptolomäische halb Kopernikanische System hielt sich nur sehr kurze Zeit, und das verdrängte Kopernikanische, bald als das richtige anerkannt, wurde nun allgemein angenommen, und ist es von da an geblieben, wie es sicher immer bleiben wird. Unser gegenwärtiges System ist freilich nicht mehr das ursprüngliche Kopernikanische, sondern das durch **Kepler** und **Newton** zur Vollkommenheit ausgebildete Kopernikanische. Kopernikus

nahm noch die Kreisbahnen der Planeten an, welche mit der richtigen Auffassung der Himmelserscheinungen unverträglich sind; Kepler entdeckte die Ellipsenbahnen und brachte durch seine drei Gesetze Einheit in die Erklärung der Erscheinungen; Newton aber bewies durch die Entdeckung des nach ihm benannten Gravitationsgesetzes die Nothwendigkeit der Kepler'schen Gesetze.

IX. Ueber den Gebrauch des Erdglobus bei der Auflösung einiger mathematisch-geographischen Aufgaben.

§. 53. Wenn man einen größeren Erdglobus in einem Gestelle vor sich hat, so findet man außer den auf ihn gehörenden Linien und Punkten; wie den Aequator, Parallelkreise von 10° zu 10°, beide Wendekreise, beide Parallelkreise, beide Pole, Meridiane von 10° zu 10°, unter denen der Hauptmeridian durch stärkere Zeichnung hervorgehoben ist, auch noch 1) einen messingenen in Grade getheilten Ring, den Mittagsring, in welchem sich der Globus bewegt, 2) einen Kreis um den Nordpol, den Stundenkreis, dessen Peripherie die Spitze eines am Nordpole befestigten Zeigers bei einer Umdrehung des Globus beschreibt, 3) einen messingenen in Grade getheilten Quadranten, den Höhenquadranten, welcher mittelst einer Schraube an jede beliebige Stelle des Mittagsringes angeschraubt werden kann, 4) bemerkt man den Rand der Oberfläche des hölzernen Gestelles, welcher den wahren Horizont vorstellt, auf mehrfache Art getheilt, nämlich nach Quadranten, von denen jeder in seine 90° getheilt ist, nach den Weltgegenden, nach den zwölf himmlischen Zeichen und den Monaten und Tagen des Jahres, so wie 5) unten im Gestelle einen Kompaß. Auch bemerkt man noch auf dem Globus die Ekliptik, welche, wiewohl sie nur der Himmelskugel zugehört, auf dieselbe gezeichnet wird, um einige Aufgaben mit ihrer Hilfe leichter zu lösen.

Da durch die Drehung des Erdglobus jeder Ort auf derselben unter den Mittagsring gebracht werden kann, so kann dieser Ring den Meridian eines jeden Ortes vorstellen. Zugleich kann man, wenn der Ort unter ihm ist, an seiner Abtheilung nach Graden die Breite, und an der des Aequators an der durch den Ring bezeichneten Stelle die

Länge des Ortes absehen. Der Stundenring ist in 24 gleiche Theile getheilt, weil die Rotation der Erde 24 Stunden dauert; wenn während der Drehung des Erdglobus der Zeiger von einem Theilpunkte zum anderen rückt, so beträgt die Drehung des Globus so viel, als die der Erde in Einer Stunde. Die Eintheilung des Gestelles nach den Himmelszeichen, Monaten und Tagen ist ein immerwährender Kalender, in so fern wir mit seiner Hilfe das himmlische Zeichen gleich bestimmen können, in welcher sich an einem gegebenen Tage die Sonne befindet.

§. 54. Die Auflösungen der mathemathisch-geographischen Aufgaben mittelst des Erdglobus sind nur annähernd richtig, und können mathemathische Messungen und Berechnungen nie ersetzen; sie empfehlen sich indessen durch die Schnelligkeit und Leichtigkeit, mit welcher sie vollzogen werden können, für alle diejenigen Fälle, in denen nur eine beiläufige Richtigkeit gefordert wird. Viele Aufgaben, namentlich diejenigen, wobei der Himmel nicht mit zu berücksichtigen ist, sind so leicht zu lösen, daß es nur der Kenntniß von der Einrichtung des Globus bedarf, um sie ohne Anleitung zu lösen; wir werden sie hier, daher nur mit Fragen ohne Antworten abthuen. Bei folgenden Aufgaben ist es am besten den Globus so zu stellen, daß der Aequator mit dem Horizonte auf dem Gestelle zusammenfällt.

1) Wie bestimmt man die Länge und Breite eines Ortes?

2) Wie findet man einen Ort von gegebener Länge und Breite?

3) Wie findet man den Breitenunterschied und wie den Längenunterschied zweier Orte?

4) Wie bestimmt man den Zeitenunterschied zweier Orte aus ihrem Längenunterschiede?

5) Welche Orte haben mit einem gegebenen Orte zu gleicher Zeit Mittag?

6) Welche Stunde hat der Ort A, wenn der Ort B Mittag hat?

a) Bringe B unter den Mittagsring, stelle den Zeiger auf 12, und drehe den Globus bis A unter den Mittagsring kommt, dann giebt der Zeiger die gesuchte Stunde des Ortes A an.

b) Wie läßt sich diese Aufgabe ohne Zeiger und Stundenkreis durch den Unterschied der Längen, welche am Aequator abgelesen werden, auflösen?

7) Wie, wenn in (6) der Ort B nicht gerade Mittag, sondern eine andere Stunde hätte?

8) Welche Orte der Erde haben Mittag, wenn der Ort A eine bestimmte Stunde hat? Bringe A unter den Mittagsring, stelle den Zeiger auf die gegebene Stunde, und drehe den Globus bis der Zeiger auf 12 steht; die unter dem Mittagsringe liegende Orte sind die gesuchten. Hierbei ist aber Folgendes zu merken: Ist die gegebene Stunde eine Vormittagsstunde, so können nur östlich gelegene Orte Mittag haben, man muß daher den Globus von rechts nach links drehen; ist die gegebene Stunde eine Nachmittagsstunde, so können nur westlich gelegene Orte gerade Mittag haben, und man muß daher den Globus von links nach rechts drehen.

9) Wie bestimmt man die Nebenbewohner, Gegenfüßler und Gegenwohner eines Ortes? Bringe den gegebenen Ort unter den Mittagsring; so giebt der in der anderen Hälfte des Mittagsringes vom Horizonte auf derselben Seite desselben gleich weit entfernte Punkt die Nebenwohner, der dem gegebenen Orte diametral entgegengesetzte Punkt die Gegenfüßler, so wie der mit dem letzteren Punkte vom Horizonte auf derselben Seite gleich weit entfernte, aber in der anderen Hälfte des Mittagsringes (also in der des gegebenen Ortes) liegende Punkt die Gegenbewohner.

10) Wie bestimmt man die Entfernung zweier Orte von einander? Bringe den einen Ort unter den Mittagsring, schraube den Höhenquadranten an die über ihn liegende Stelle des Mittagsringes, spanne ihn über den Globus nach dem zweiten Orte aus und lies die Entfernung nach Graden vom Höhenquadranten ab. Sollte die Länge des Höhenquadranten nicht zureichen, so bestimme die Gegenfüßler des eines Ortes, und miß die Entfernung derselben von dem anderen Orte; was der gefundenen Anzahl von Graden noch zu 180° fehlt, ist die Entfernung der zwei gegebenen Orte nach Graden. In beiden Fällen multiplizire, um die Entfernung nach Meilen zu finden, die gefundene Anzahl von Graden mit 15.

§. 55. Bei folgenden Aufgaben ist immer eine bestimmte Stellung des Globus nothwendig.

1) Wie stellt man den Globus nach der Polhöhe des Ortes und nach den Weltgegenden? Jenes wird mittelst der Eintheilung des Mittagsringes, dieses mittelst des Kompasses bewirkt — ?

2) Nach welcher Weltgegend hin liegt der Ort **A** von dem Orte **B**? Stelle den Globus nach der Polhöhe des Ortes **B**, bringe **B** unter den Mittagsring, schraube über **B** an denselben den Höhenquadranten und ziehe ihn über **A** nach dem Horizonte, so giebt er dort die Weltgegend an.

3) Wie bestimmt man die Zeit des Auf- und Unterganges der Sonne, mithin die Länge des Tages, an einem angegebenen Orte und einem bestimmten Tage? Stelle den Globus nach der Polhöhe des Ortes, suche in dem immerwährenden Kalender auf dem Horizonte den Stand der Sonne an dem gegebenen Tage, bestimme den gefundenen Punkt in der Ekliptik, führe diesen unter den Mittagsring, stelle den Zeiger auf 12 und drehe die Kugel das eine Mal ostwärts, das andere Mal westwärts, beide Male aber so lange, bis der Punkt der Ekliptik den Horizont erreicht; im ersten Falle giebt der Zeiger die Aufgangszeit, im zweiten die Untergangszeit an, woraus sich die Länge des Tages leicht bestimmt.

4) Wie bestimmt man die Höhe der Sonne, wenn Ort, Tag und Stunde gegeben sind?

a) zu Mittage. Stelle den Globus nach der Polhöhe des Ortes, bringe den Punkt der Ekliptik, in welchem sich die Sonne an diesem Tage befindet, unter den Mittagsring, und lies an demselben die Anzahl der Grade vom Horizonte bis dahin ab.

b) zu einer anderen Stunde. Ist der Globus nach der Polhöhe des Ortes gestellt, so bringe den Sonnenort wieder unter den Mittagsring, stelle aber den Zeiger auf 12, drehe den Globus rechts oder links hin, je nachdem es eine Vormittags- oder Nachmittagsstunde ist, bis der Zeiger über der gegebenen Stunde steht und lies endlich an dem am Zenithe befestigten und über den Sonnenort nach dem Horizont gezogenen Höhenquadranten die Höhe der Sonne ab. Wie läßt sich wohl die umgekehrte Aufgabe lösen, nämlich die Stunde zu bestimmen, wenn Ort, Tag und die Höhe der Sonne bekannt sind?

5) Wie wird an einem gegebenen Tage die Erde von der Sonne erleuchtet? Erhebe den Pol über den Horizont um die Abweichung der Sonne an dem gegebenen Tage, d. h. so, daß der mittelst des immerwährenden Kalenders gefundene Sonnenort in das Zenith kommt, so giebt die über dem Horizonte liegende Halbkugel die Tagseite, die andere die Nachtseite der Erde an; dabei haben

die unter dem Mittagskreise weggehenden Orte Mittag, die davon östlich liegenden Nachmittag, die westlich liegenden dagegen Vormittag, und zwar jene desto spätere Stunden und diese desto frühere, je entfernter sie liegen. Will man nun den Theil der Erde wissen, der zu einer bestimmten Stunde eines gegebenen Ortes erleuchtet ist, so bringe man, wenn der Globus nach der Deklination der Sonne richtig gestellt ist, den Ort unter den Mittagsring, wo dann die obere Kugel den erleuchteten Theil der Erde zur Mittagszeit des gegebenen Ortes angiebt; stellt man daher jetzt den Zeiger auf 12 und dreht den Globus, bis der Zeiger die gegebene Stunde erreicht, so ist die Aufgabe gelöst. Der höchste Ort unter dem Mittagsringe ist dabei zugleich derjenige Ort, der zu der gegebenen Stunde die Sonne im Zenithe hat.

6) Wie bestimmt man die Orte der Erde, an denen eine Mondfinsterniß zu sehen ist, wenn die Zeit des Mittels derselben für einen Ort gegeben ist. Bestimme den Ort, in dessen Zenithe zur Zeit des Mittels der Finsterniß die Sonne steht; der diesem Orte diametral entgegen gesetzte, also der Punkt der Gegenfüßler, hat dann den Mond im Zenithe oder in seiner Nähe, da bei Mondfinsternissen die Sonne und der Mond einander gegenüber stehen. Drehe jetzt den Globus so, daß der Punkt der Gegenfüßler in das Zenith über dem Horizonte kommt, so sehen alle Orte der oberen Kugel das Mittel der Finsterniß; dabei werden die Orte unter dem Mittagsringe den verfinsterten Mond zur gegebenen Stunde in ihrem Meridiane, die des westlichen Horizontes ihn aber aufgehen, so wie die des östlichen ihn untergehen sehen.

Inhalt.

Einleitung . . . . Seite 1

I. Von der Gestalt der Erde 5

II. Von der astronomisch-mathematischen Abtheilung der Erdoberfläche. 11

III. Von der Größe der Erde 27

IV. Von der täglichen Bewegung der Erde um ihre Axe. . 32

V. Von der jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne . 45

VI. Von der elliptischen Gestalt der Erdbahn und der Planetenbahnen überhaupt 56

VII. Von den Haupterscheinungen am Himmel und auf der Erde, welche Folgen sind von der Kugelgestalt und den beiden Bewegungen der Erde, so wie von der Bewegung des Mondes um die Erde. 63

VIII. Das Allgemeinste über unser Sonnensystem . . . 88

IX. Ueber den Gebrauch des Erdglobus bei der Auflösung einiger mathematisch-geographischen Aufgaben 101

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Brettner, Hans Anton,

Mathematische Geographie ein Leitfaden beim Unterrichte dieser Wissenschaft in höheren Lehranstalten

Breslau 1840

Passau, Staatliche Bibliothek -- S nv/Sa 206
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11347069-7